



WYDZIAŁ
BUDOWNICTWA,
INŻYNIERII ŚRODOWISKA
I ARCHITEKTURY
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ



POLITECHNIKA
RZESZOWSKA
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA

KATEDRA MECHANIKI KONSTRUKCJI

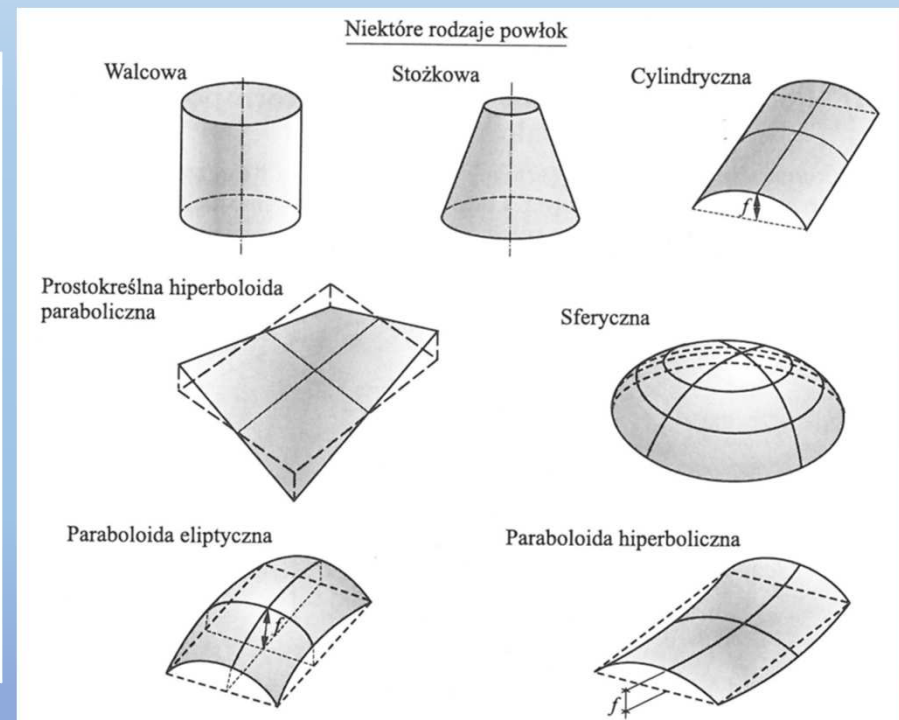
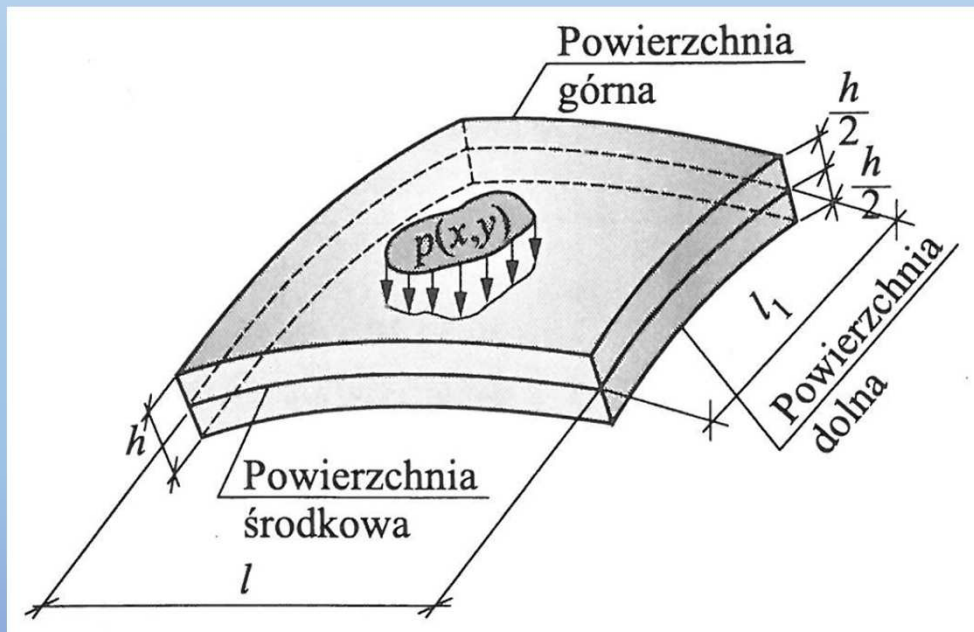
TEORIA SPRĘŻYSTOŚCI I PLASTYCZNOŚCI

POWŁOKI OBROTOWE

POWŁOKI



POWŁOKI – dźwigary powierzchniowe, których powierzchnia środkowa jest zakrzywiona pojedynczo lub podwójnie



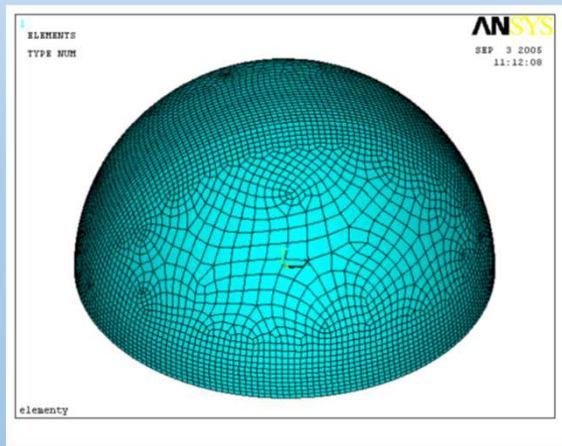
POWŁOKI



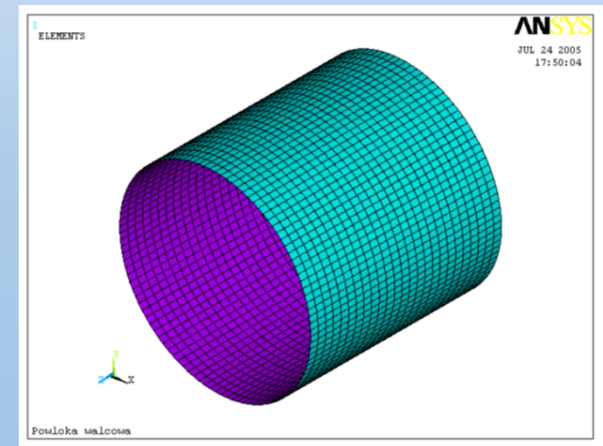
Wyróżniamy powłoki:

- a) o dodatniej krzywiznie Gaussa ($K > 0$ dla powłoki kulistej),
- b) o zerowej ($K = 0$ dla powłoki walcowej),
- c) o ujemnej ($K < 0$ dla powłoki hiperboloidalnej).

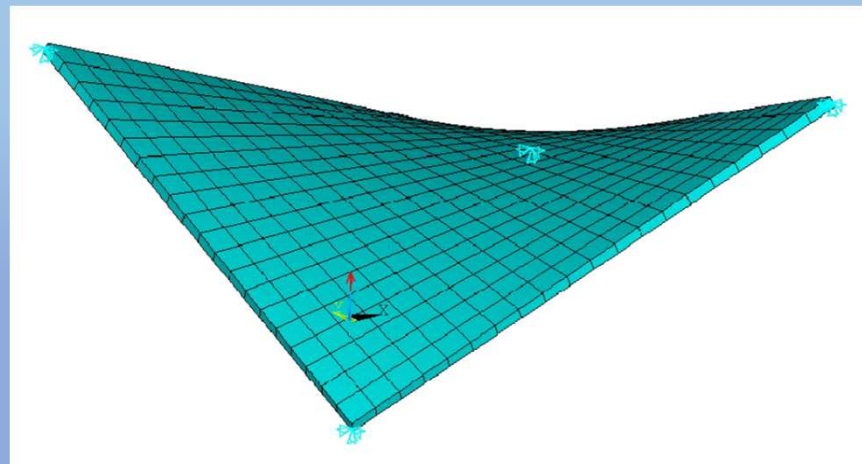
a)



b)



c)



ZALETY I WADY

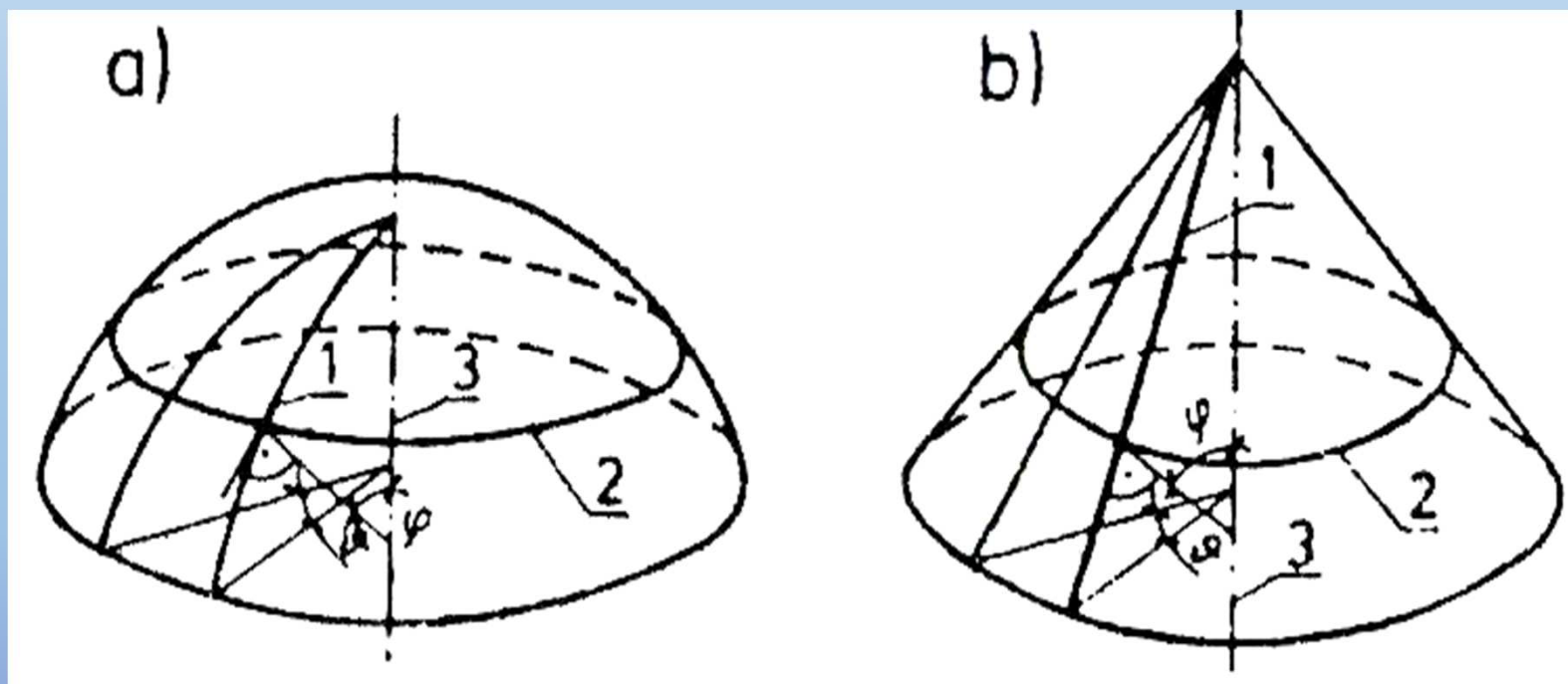


- + małe zużycie materiałów konstrukcyjnych
- + możliwość przekrywania bez podpór środkowych bardzo dużych powierzchni
- + wysokie walory estetyczne
- Skomplikowane wykonstwo

POWŁOKI OBROTOWE



POWŁOKI OBROTOWE – powstałe przez obrót prostej lub krzywej zwanej tworzącą (południkiem), dookoła osi obrotu, leżącej w płaszczyźnie tworzącej



Przykłady powłok obrotowych o pojedynczej i podwójnej krzywiznie
a) dwukrzywiznowa, b) jednokrzywiznowa

ZAŁOŻENIA



- grubość powłoki jest mała w stosunku do pozostałych wymiarów oraz promieni jej krzywizny
- powierzchnia, która dzieli na połowy grubość płyty powłoki, nosi nazwę powierzchni środkowej
- odkształcenia powłok są małe w stosunku do jej grubości,
- punkty leżące przed odkształceniem na prostej prostopadłej do powierzchni środkowej, po odkształceniu znajdują się na prostej prostopadłej do odkształconej powierzchni środkowej
- powłoka jest całkowicie wyznaczona geometrycznie przez określenie w każdym punkcie kształtu powierzchni środkowej oraz grubości powłoki
- naprężenia normalne działające prostopadle do powierzchni środkowej są bardzo małe

TEORIA BŁONOWA



Stan błonowy powłoki jest **stanem bezmomentowym**, co oznacza, że w powłoce powstają jedynie siły normalne **południkowe N** i **równoleżnikowe R** oraz styczne **T**. Stan błonowy jest możliwy dzięki małej grubości powłoki, co pozwala uznać naprężenia normalne za rozłożone równomiernie na grubości.

POWŁOKA PRACUJE W STANIE BŁONOWYM, JEDYNIJE GDY SPEŁNIONE SĄ PONIŻSZE WARUNKI:

- Obciążenie rozłożone jest w sposób ciągły
- Krzywizna powłoki jest opisana funkcją ciągłą i nie występują punkty osobliwe
- zmiana krzywizny powłoki zachodzi w sposób ciągły
- Zmiana grubości powłoki, nie zachodzi skokowo, a w sposób ciągły
- jednakowe odkształcenia konstrukcji podpierającej i brzegu powłoki przy podparciu
- powłoka ma w każdym punkcie możliwość swobody przemieszczeń po prostej normalnej do stycznej w tym punkcie

Jeżeli wielkości sił obliczone wg teorii błonowej mają być traktowane przy wymiarowaniu konstrukcji jako ostateczne, należy przestrzegać takich warunków konstrukcyjnych, które uniemożliwiałyby powstanie w powłoce momentów zginających.



Obliczenie powłoki obrotowej według teorii błonowej polega na wyznaczeniu występujących sił:

- **południkowych N°**
- **równoleżnikowych R°**
- **sił stycznych T°**



Siły wewnętrzne w powłoce:

południkowe:	N
równoleżnikowe:	R
styczne:	T

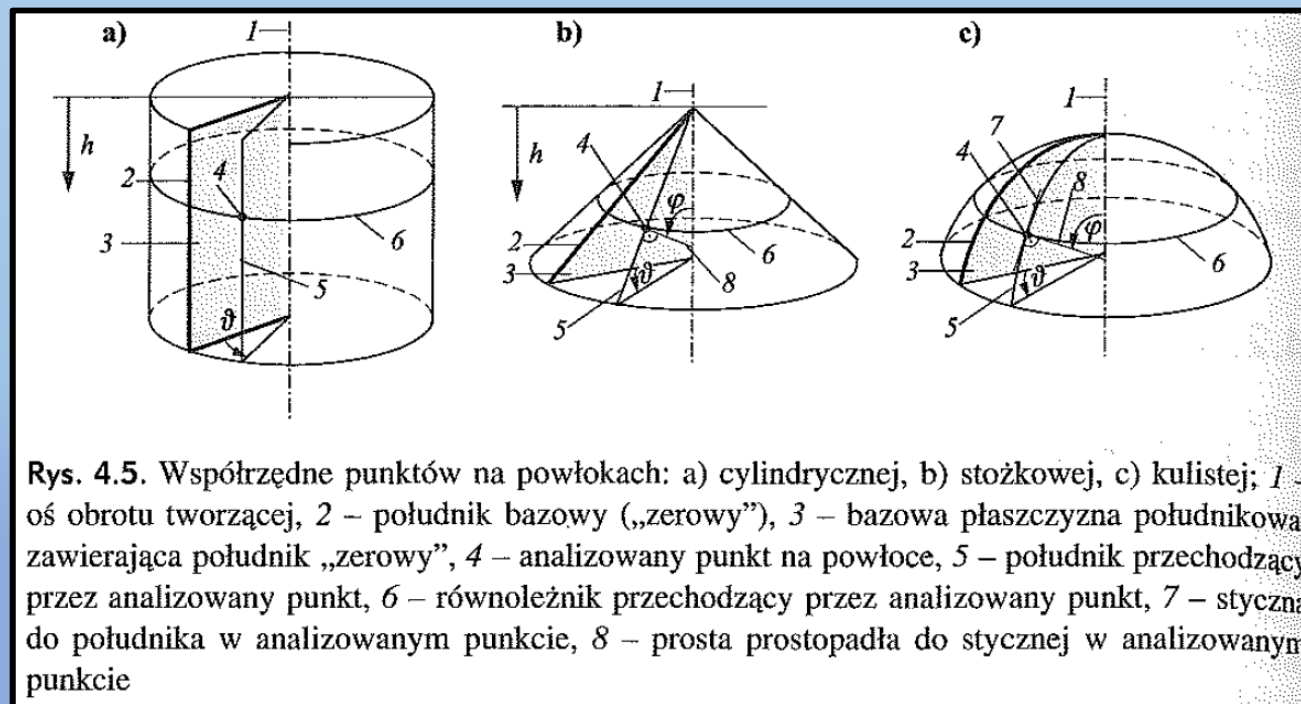
Są siłami jednostkowymi wyrażonymi w kN/m

SIŁY WEWNĘTRZNE



W tradycyjnych obliczeniach sił wewnętrznych powłok o przekroju kołowym najczęściej korzysta się z teorii powłok sprężystych. Dokładniejsze rozwiązania daje teoria nośności granicznej.

Aby określić wartości sił wewnętrznych w każdym punkcie powłoki obrotowej, należy najpierw w sposób jednoznaczny opisać położenie tego punktu. Korzysta się ze współrzędnych walcowych lub sferycznych

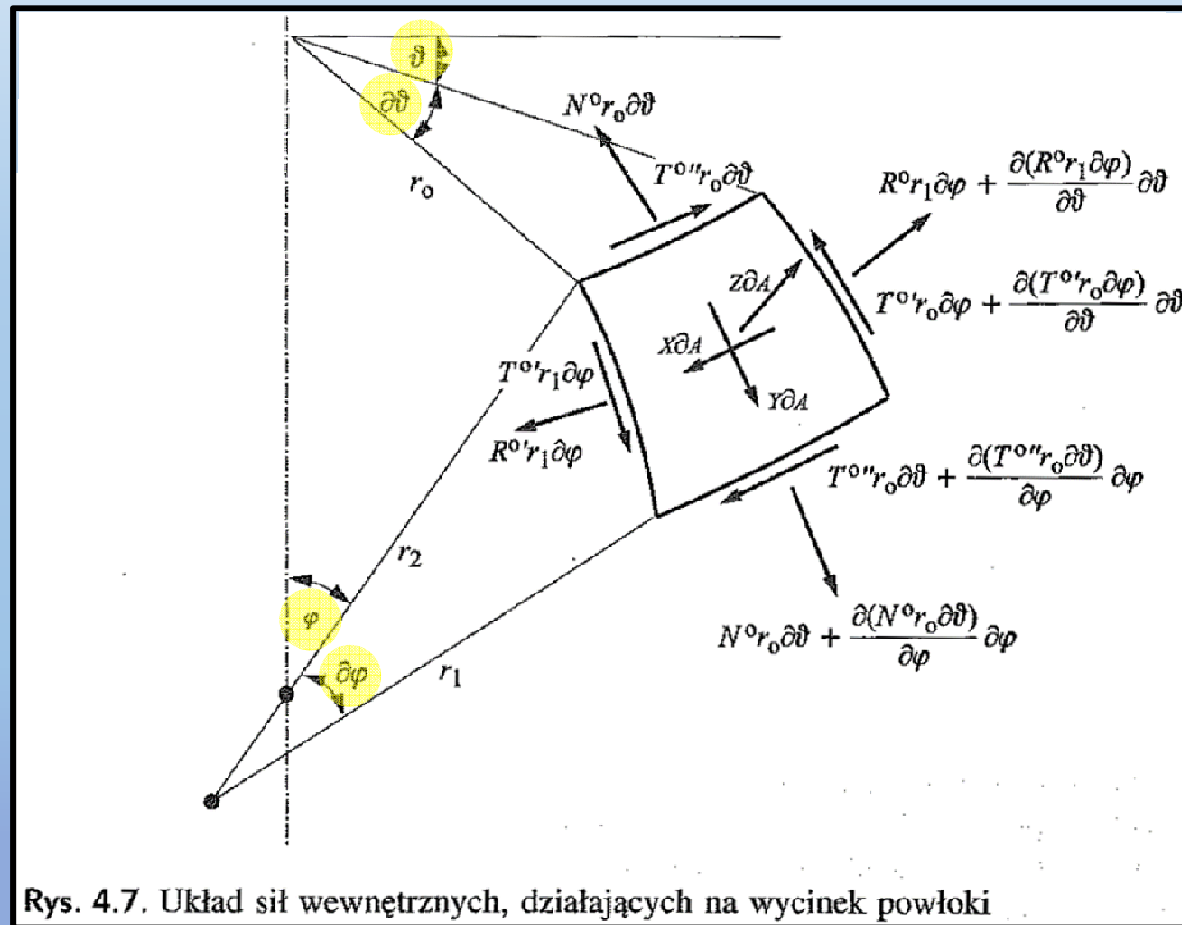


SIŁY WEWNĘTRZNE



Wartości N^o , R^o , T^o oblicza się, budując równania równowagi dla elementarnego wycinka powłoki (rys. 4.7) ograniczonego:

- dwoma równoleżnikami, odległymi od siebie o $\partial\varphi$, przy czym położenie górnego określa kąt φ ,
- dwoma południkami, odległymi od siebie o $\partial\vartheta$, przy czym położenie pierwszego z nich na powłoce określa kąt ϑ .

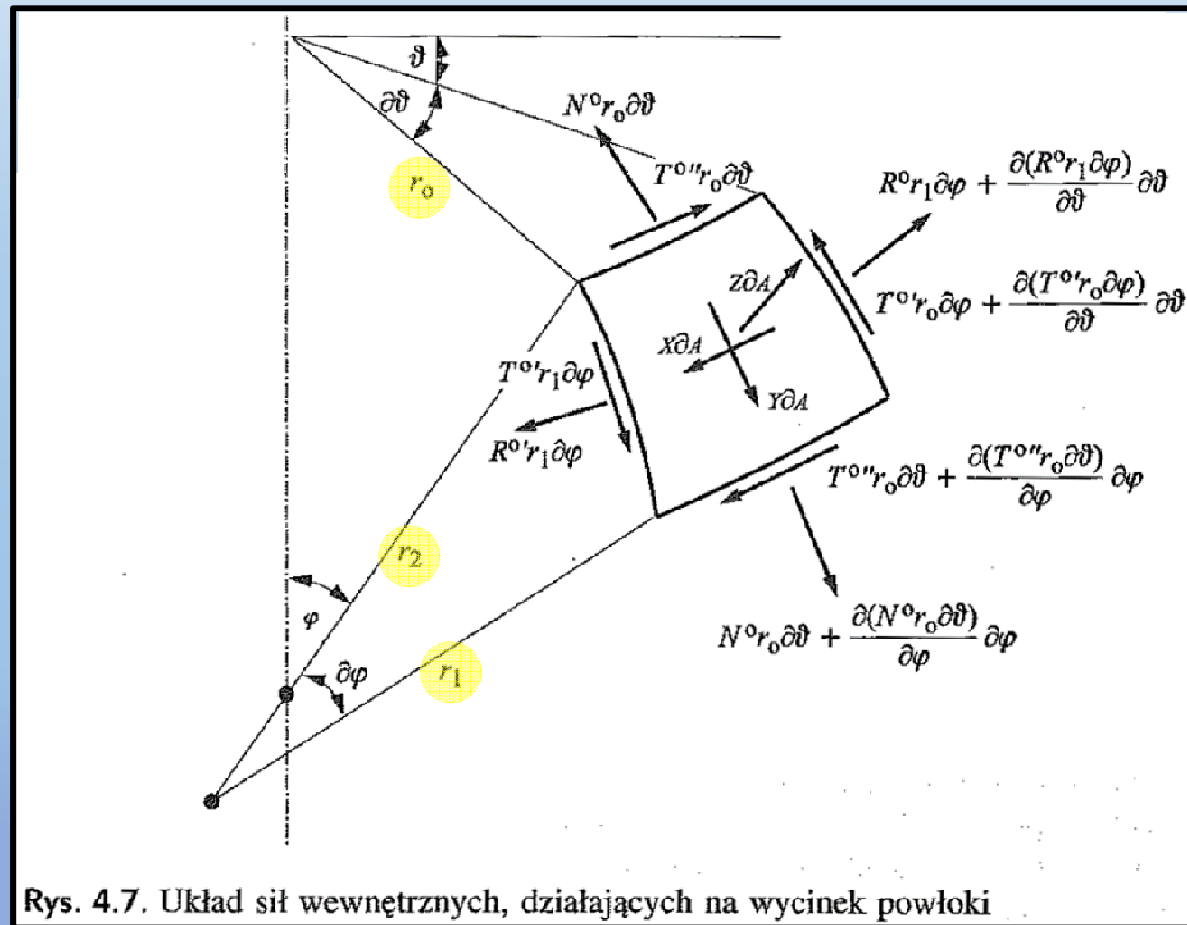


Rys. 4.7. Układ sił wewnętrznych, działających na wycinek powłoki

SIŁY WEWNĘTRZNE



- r_1 – promień krzywizny południka
- r_2 – odległość od osi obrotu do osi powłoki mierzona wzdłuż normalnej do południka
- r_0 – odległość analizowanego punktu na powłoce od osi obrotu (w płaszczyźnie równoleżnikowej)



SIŁY WEWNĘTRZNE



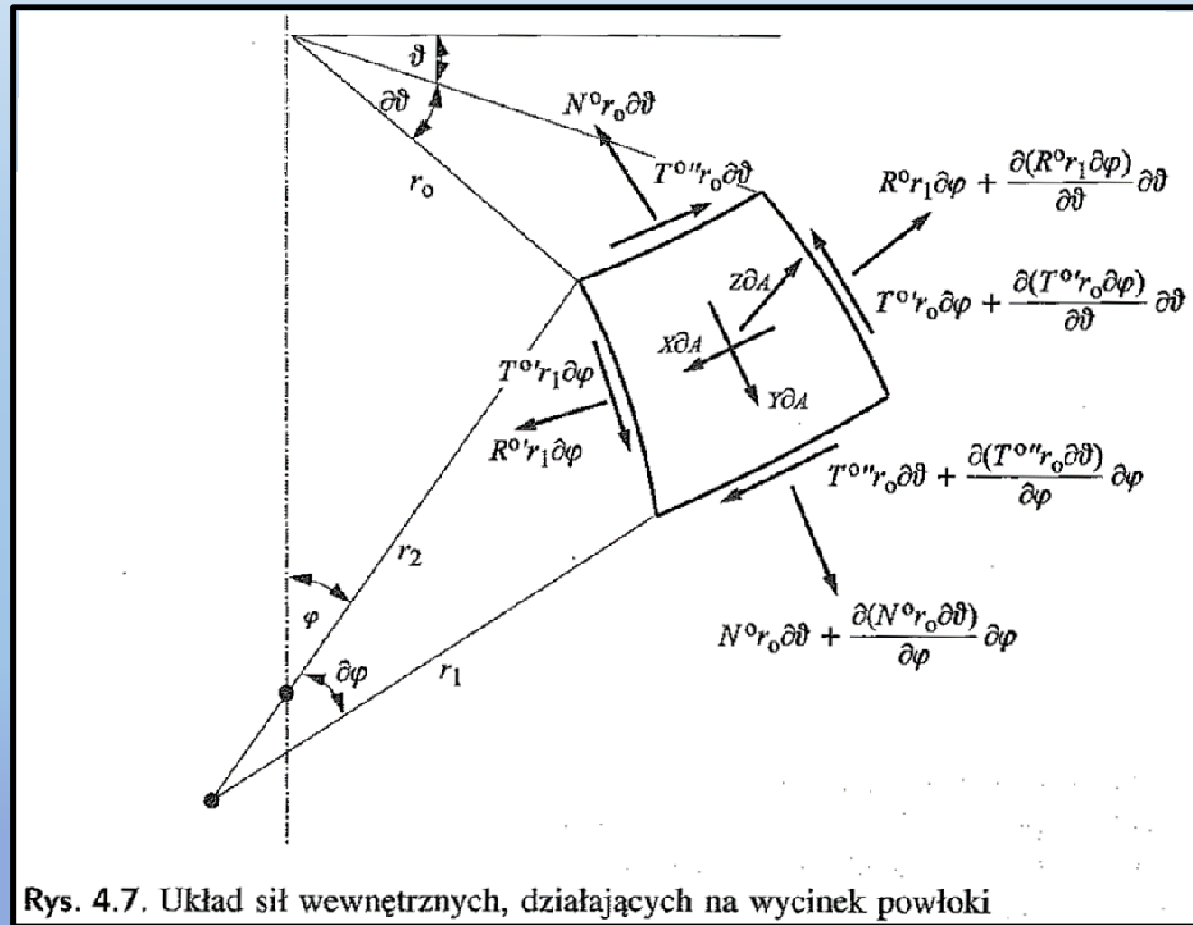
Ze względu na małe wartości kątów $\partial\varphi$ i $\partial\vartheta$ wymiar wycinka wzdłuż równoleżnika wynosi $r_0\partial\vartheta$, wymiar wzdłuż południka – $r_1\partial\varphi$, a pole powierzchni $\partial A = r_0r_1\partial\varphi\partial\vartheta$.

Całkowita siła południkowa, działająca na górną krawędź wycinka, jest równa $N^0r_0\partial\vartheta$, a na dolnej krawędzi jest większa o przyrost wzdłuż kąta $\partial\varphi$:

$$N^0r_0\partial\vartheta + \partial(N^0r_0\partial\vartheta)/(\partial\varphi)*\partial\varphi.$$

Podobnie można zapisać wartości sił stycznych, działających na górną i dolną krawędź wycinka.

Całkowita siła równoleżnikowa, działająca na lewą krawędź wycinka, wynosi $R^0r_1\partial\varphi$, a na prawej krawędzi $R^0r_1\partial\varphi + \partial(R^0r_1\partial\varphi)/(\partial\vartheta)*\partial\vartheta$. Podobnie można zapisać wartości sił stycznych T^0 , działających na lewą i prawą krawędź wycinka.

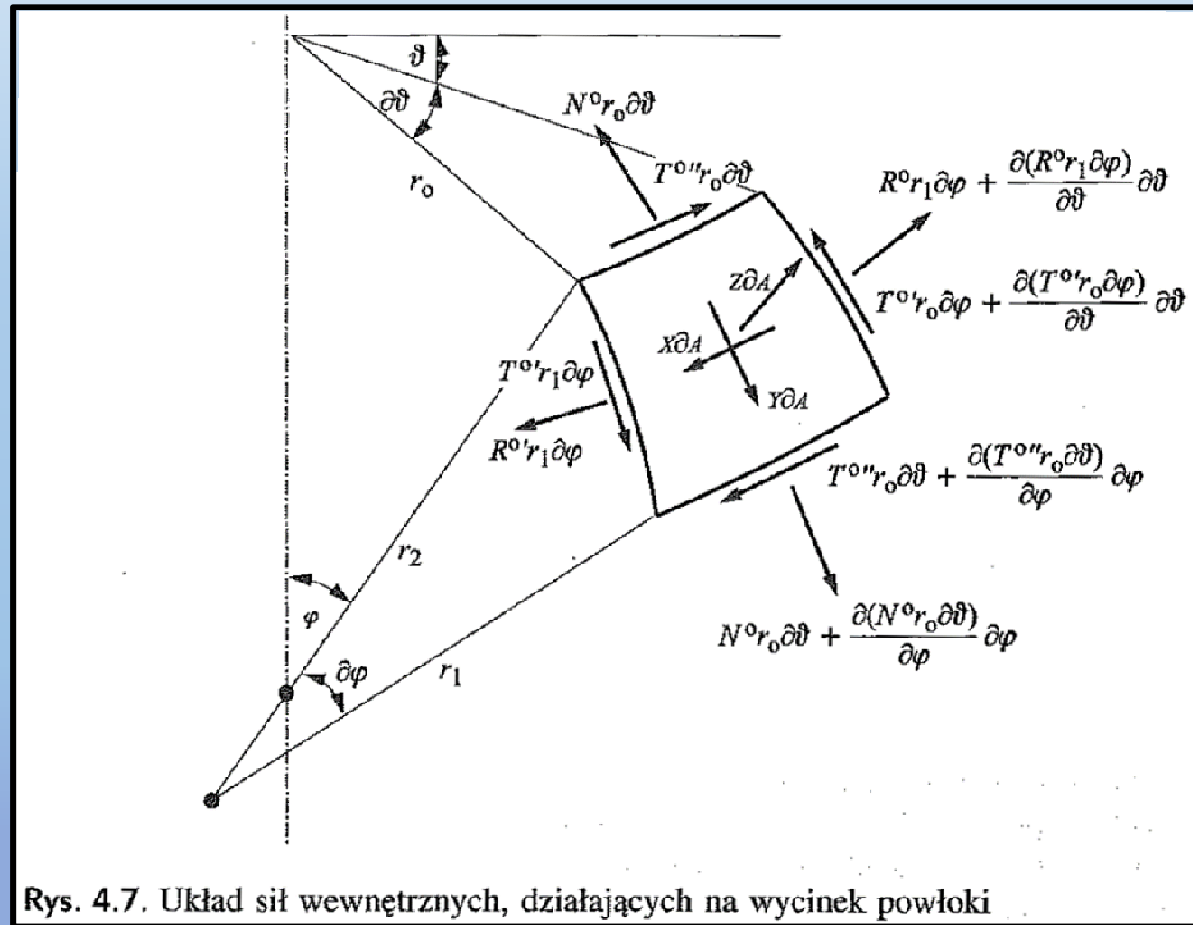


OBCIĄŻENIA ZEWNĘTRZNE ODCINKA

Obciążenia zewnętrzne wycinka, wyrażamy w kN/m^2 , rozkładamy na trzy kierunki:

- styczny do równoleżnika:
składowa $X\partial A$
- styczny do południka:
składowa $Y\partial A$
- normalny do powłoki:
składowa $Z\partial A$

Warunki równowagi sił tworzą układ trzech równań, pozwalających obliczyć N^o , R^o i T^o .



SUMA RZUTÓW SIŁ



1) Na kierunku stycznym do południka:

- przyrost siły południkowej:

$$\frac{\partial N^o r_o \partial \varphi}{\partial \varphi} \partial \varphi$$

- przyrost siły ścinającej:

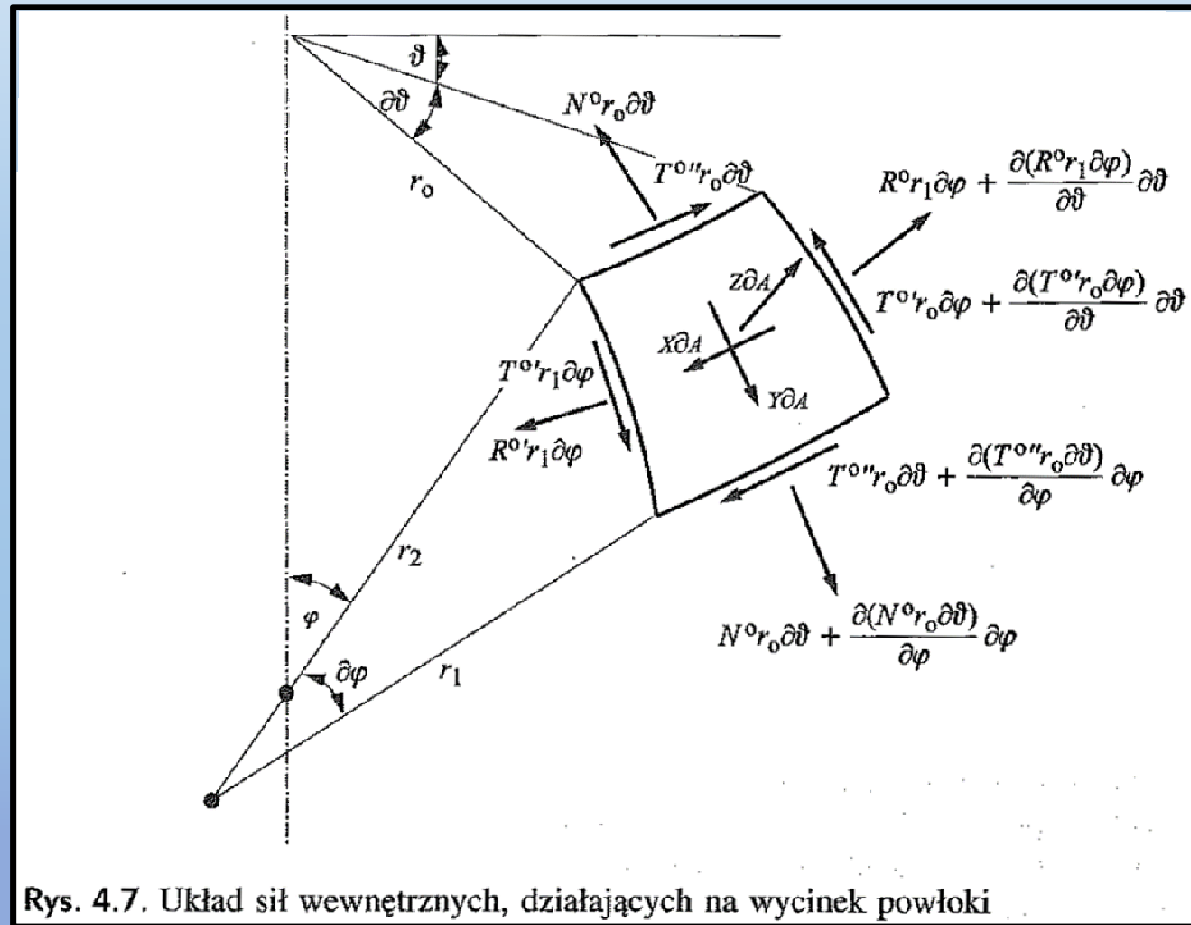
$$\frac{\partial T^o r_1 \partial \varphi}{\partial \vartheta} \partial \vartheta$$

- rzut wypadkowej sił równoleżnikowych na styczną do południka:

$$R^o r_1 \partial \varphi \partial \vartheta \cos \varphi$$

- składowa obciążenia zewnętrznego:

$$Y r_o r_1 \partial \varphi \partial \vartheta$$



Rys. 4.7. Układ sił wewnętrznych, działających na wycinek powłoki

SUMA RZUTÓW SIŁ



2) w kierunku stycznym do równoleżnika:

- przyrost siły równoleżnikowej:

$$\frac{\partial R^{\circ} r_1 \partial \varphi}{\partial \varphi} \partial \vartheta$$

- przyrost siły stycznej:

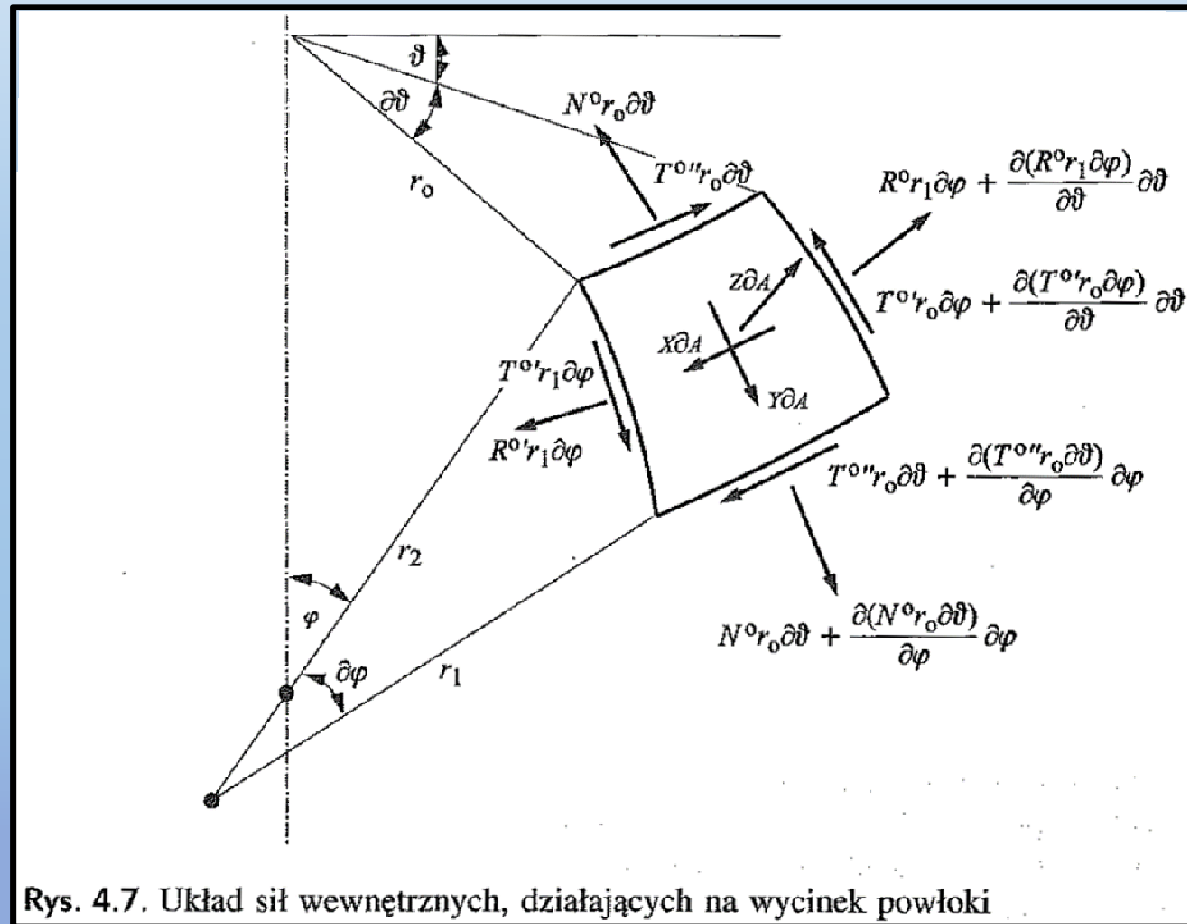
$$\frac{\partial T^{\circ} r_0 \partial \varphi}{\partial \varphi} \partial \varphi$$

- wypadkowa rzutów poziomych sił stycznych, działających na bokach południkowych, na kierunek poziomy:

$$T^{\circ} r_1 \partial \varphi \partial \vartheta \cos \varphi$$

- obciążenie zewnętrzne:

$$X r_0 r_1 \partial \varphi \partial \vartheta$$



Rys. 4.7. Układ sił wewnętrznych, działających na wycinek powłoki

SUMA RZUTÓW SIŁ



3) Na kierunku normalny do wycinka:

- wypadkowa sił południkowych, nachylona do siebie pod kątem $\partial\varphi$:

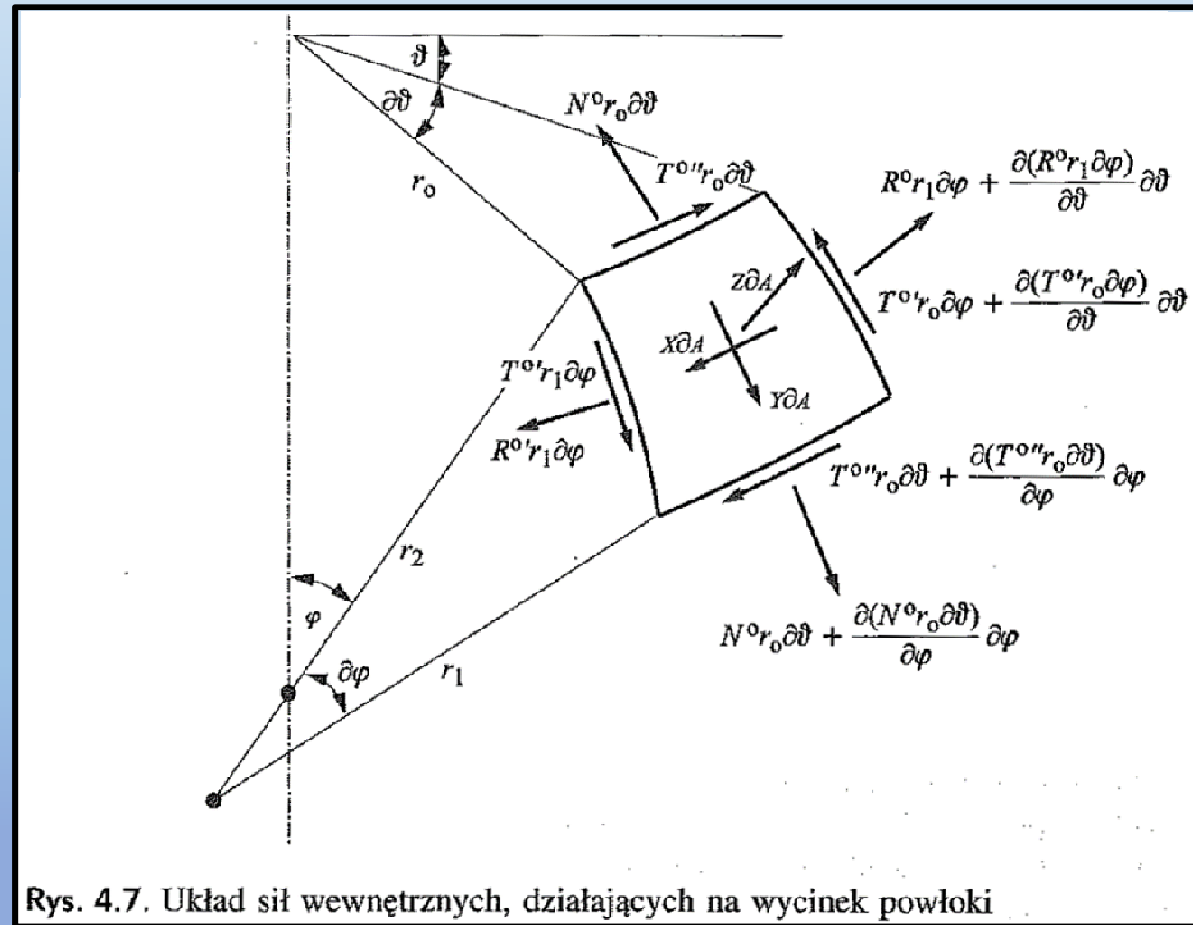
$$N^o r_0 \partial\vartheta \partial\varphi = N^o r_2 \sin\varphi \partial\vartheta \partial\varphi$$

- druga składowa wypadkowej sił równoleżnikowych, normalna do powłoki:

$$R^o r_1 \partial\varphi \partial\vartheta \sin\varphi$$

- składowa obciążenia zewnętrznego:

$$Z r_0 r_1 \partial\varphi \partial\vartheta = Z^o r_1 r_2 \sin\varphi \partial\vartheta \partial\varphi$$



Rys. 4.7. Układ sił wewnętrznych, działających na wycinek powłoki

Z równowagi momentów względem środka wycinka wynika, że $T^{\circ} = T^{\circ\prime} = T^{\circ}$. Ostatecznie więc, po podzieleniu stronami przez $\partial\varphi\partial\vartheta$, układ ma następującą postać:

$$\frac{\partial(N^{\circ}r_0)}{\partial\varphi} + r_1 \frac{\partial T}{\partial\vartheta} - r_1 R^{\circ} \cos\varphi + Yr_0r_1 = 0$$

$$\frac{\partial(T^{\circ}r_0)}{\partial\varphi} + r_1 \frac{\partial R^{\circ}}{\partial\vartheta} - r_1 T^{\circ} \cos\varphi + Xr_0r_1 = 0$$

$$\frac{N^{\circ}}{r_1} + \frac{R^{\circ}}{r_2} = -Z$$

Jeśli powłoka jest obrotowa, a obciążenie symetryczne względem osi obrotu, to siły styczne T^o są równe zero i wszystkie pochodne względem ϑ są również równe zero. W tej sytuacji występują jedynie dwie niewiadome i układ redukuje się do dwóch równań:

$$\frac{\partial(N^o r_0)}{\partial \varphi} - r_1 R^o \cos \varphi = -Y r_0 r_1$$

$$\frac{N^o}{r_1} + \frac{R^o}{r_2} = -Z$$

Jego rozwiązaniem jest:

$$N^o = \frac{-1}{r_2 \sin^2 \varphi} \left[\int_{\beta}^{\varphi} r_1 r_0 (Z \cos \varphi + Y \sin \varphi) d\varphi + C \right]$$

$$R^o = -Z r_2 - N^o \frac{r_2}{r_1}$$

Gdzie β jest kątem opisującym początek strefy działania obciążenia lub położenie krawędzi światlika, a C jest stałą całkowania.

PRZEMIESZCZENIA POSZCZEGÓLNYCH PUNKTÓW POWŁOKI

W toku dalszych analiz istotne będą przemieszczenia poszczególnych punktów powłoki pod wpływem sił wewnętrznych stanu błonowego N^o i R^o . W przypadku punktu powłoki obrotowej przemieszczenie w płaszczyźnie równoleżnikowej wzdłuż promienia r_0 :

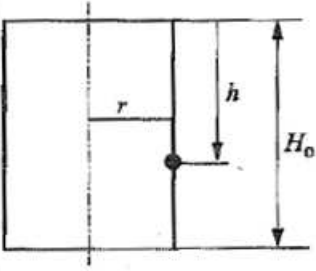
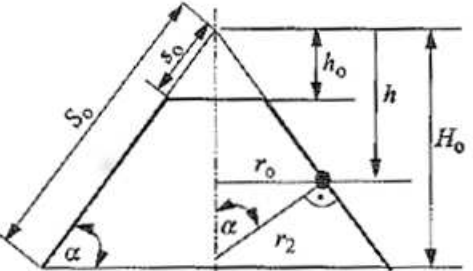
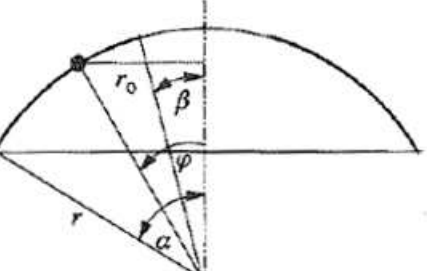
$$\Delta r_0^o = \frac{r_0}{Et} (R^o - \nu N^o)$$

A kąt obrotu w płaszczyźnie południkowej:

$$\psi^o = \frac{1}{Etr_1} \left\{ [r_1(N^o - \nu R^o) - r_2(R^o - \nu N)] \operatorname{ctg} \varphi - \frac{\partial [r_2(R^o - \nu N^o)]}{\partial \varphi} \right\}$$

W podanych wzorach E i ν oznaczają charakterystyki sprężyste materiału powłoki: moduł sprężystości i współczynnik Poissona, a t – grubość powłoki.

Charakterystyki geometryczne oraz wartości przemieszczeń punktów powłok

	Powłoka cylindryczna	Powłoka stożkowa	Powłoka kulista
Charakterystyki geometryczne	$r_1 = \infty$ $\varphi = 90^\circ$ $r_2 = r_o = \text{const} = r$	$r_1 = \infty$ $\varphi = \alpha = \text{const}$ $r_o = h \text{ctg} \alpha$	$r_1 = r_2 = r$ $r_o = r \sin \varphi$
			
Przemieszczenie wzdłuż promienia	$\Delta r_o^\circ = \frac{r}{Et} (R^\circ - \nu N^\circ)$	$\Delta r_o^\circ = \frac{r_o}{Et} (R^\circ - \nu N^\circ)$	$\Delta r_o^\circ = \frac{r_o}{Et} (R^\circ - \nu N^\circ)$
Obrót w płaszczyźnie południkowej	$\psi^\circ = -\frac{r}{Et} \times$ $\times \frac{\partial (R^\circ - \nu N^\circ)}{\partial h}$	$\psi^\circ = -\frac{\text{ctg} \alpha}{Et} (1 + \nu) (R^\circ - N^\circ) -$ $-\frac{\text{ctg} \alpha}{Et} \frac{h \partial (R^\circ - \nu N^\circ)}{\partial h}$	$\psi^\circ = -\frac{1}{Et} (1 + \nu) (R^\circ - N^\circ) \text{ctg} \varphi -$ $-\frac{1}{Et} \frac{\partial (R^\circ - \nu N^\circ)}{\partial \varphi}$
Siły N° i R° w zależności od całkowitego obciążenia pionowego ponad rozpatrywanym przekrojem (Q_b lub Q_o i składowej normalnej do powłoki Z)	$N^\circ = -\frac{Q_b}{2\pi r}$ $R^\circ = -Zr$	$N^\circ = \frac{-Q_b}{2\pi h \text{ctg} \alpha} \frac{1}{\sin \alpha}$ $R^\circ = -Zr \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} =$ $= -\frac{\text{ctg} \alpha}{2\pi} \frac{\partial Q_b}{\partial \left(\frac{h}{\sin \alpha}\right)}$	$N^\circ = \frac{-Q_o}{2\pi r \sin^2 \varphi}$ $R^\circ = -Zr - N^\circ =$ $= -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial (Q_o \text{ctg} \varphi)}{\partial \varphi}$



**SIŁY WEWNĘTRZNE I ICH
POCHODNE W STANIE BŁONOWYM
DLA POWŁÓK KULISTYCH,
STOŻKOWYCH ORAZ
CYLINDRYCZNYCH**

POWŁOKI KULISTE



Powłoki kuliste w zbiornikach mogą być przykryciem lub dnem.

Wartości sił w stanie błonowym powstają w takich powłokach pod wpływem symetrycznych obciążeń ciężarem własnym, ciśnieniem cieczy, śniegiem, parciem pionowym i poziomym gruntu oraz wiatrem.

Gdy działa kilka z wymienionych obciążeń, ostateczne wartości sił wewnętrznych ustalać należy jako sumy sił obliczonych dla kombinacyjnych wartości poszczególnych obciążeń.

POWŁOKI KULISTE



W przypadku kopuł przekrywających zbiorniki nadziemne uwzględnia się obciążenia ciężarem własnym z warstwami pokrycia, śniegiem, wiatrem, świetlikiem.

W przypadku kopuł przekrywających zbiorniki podziemne uwzględnia się obciążenia ciężarem własnym z warstwami pokrycia, obciążenie zasypką, obciążenie naziomu, parcie poziome gruntu.

Na kuliste dno zbiorników nadziemnych działa ciężar własny i ciśnienie cieczy, a na dno zbiorników podziemnych – odpór gruntu.

POWŁOKI KULISTE

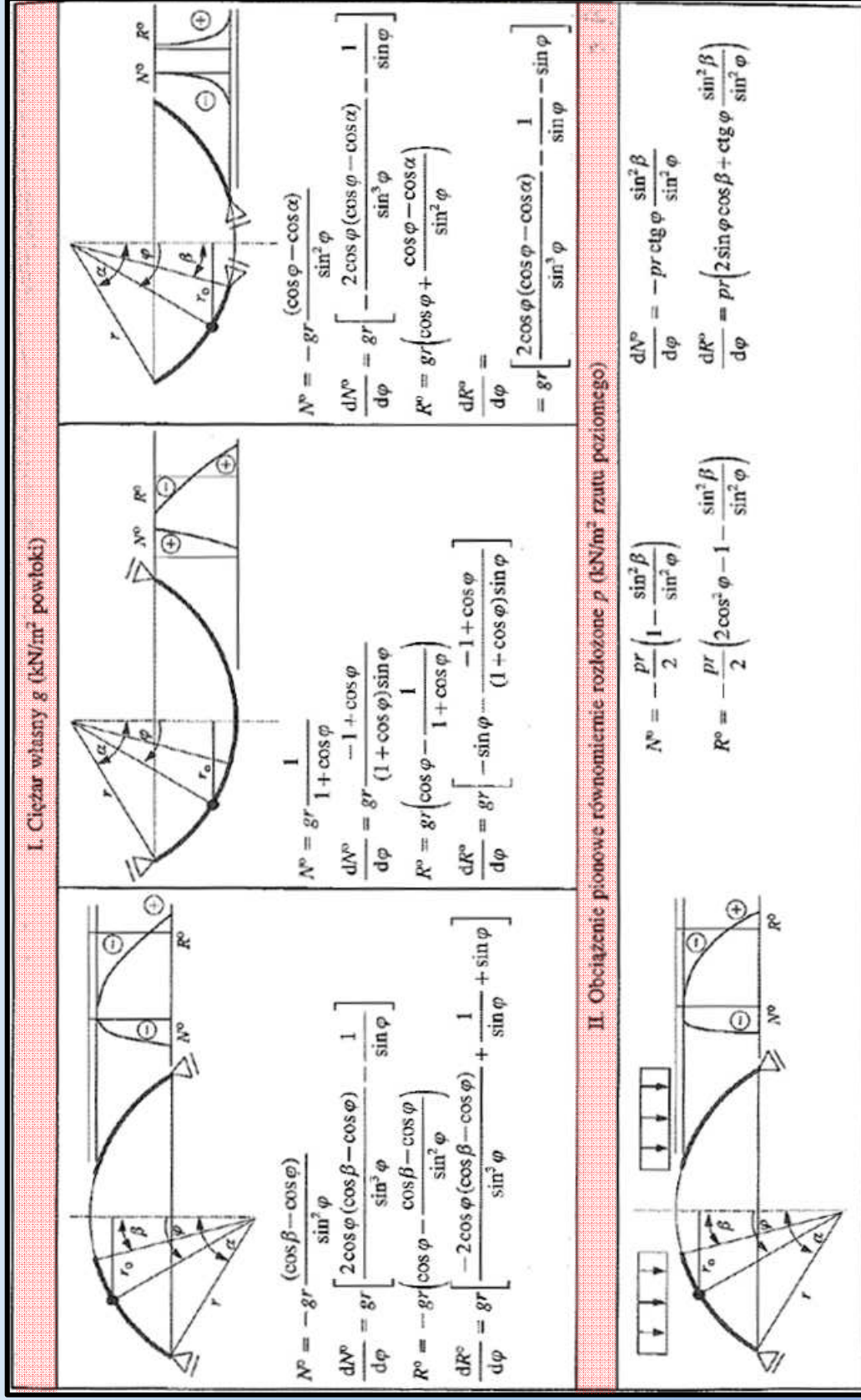


Charakterystyczne dla rozkładów sił wewnętrznych zestawionych w kolejnych tablicach jest to, że siły południkowe w obciążanych symetrycznie kopułach podpartych są ściskające, a w zawieszonych - rozciągające.

Siły równoleżnikowe w kopułach kulistych wynikające z działania ciężaru własnego oraz obciążeń pionowych (śnieg, zasypka) mogą być albo tylko ściskające (kopuły mało wyniosłe) albo dwuznakowe w górnej części kopuły ściskającej, w dolnej rozciągające (kopuły wyniosłe).

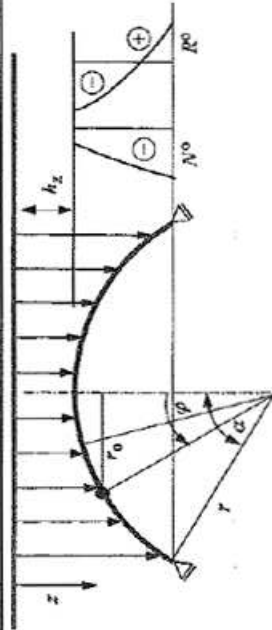
Charakter wykresu zależy od wyniosłości powłoki, charakteryzowanej kątem α . Dla każdego rodzaju obciążenia można określić wartości kąta $\varphi = \alpha_0$, przy którym siła rozciągająca ma zerową wartość. Zatem jeśli $\alpha < \alpha_0$, to wykres sił R° jest jednoznakowy, jeśli $\alpha > \alpha_0$ – dwuznakowy.

POWŁOKI KULISTE – SIŁY WEWNĘTRZNE



POWŁOKI KULISTE – SIŁY WEWNĘTRZNE

III. Obciążenie pionowe gruntem – zasypka gruntem o ciężarze objętościowym γ



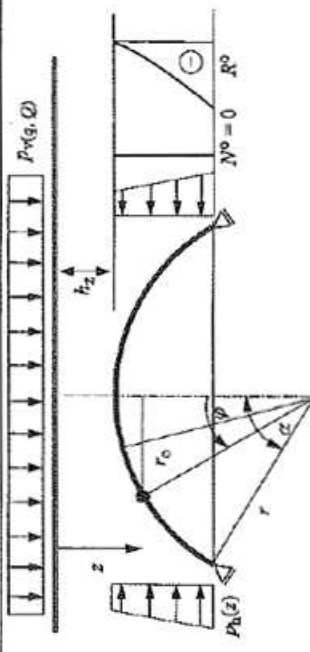
$$N^0 = -\frac{\gamma r^2}{6} \left[\frac{3h_z}{r} + 1 - \frac{2 \cos^2 \varphi}{1 + \cos \varphi} \right]$$

$$R^0 = -\gamma r^2 \left[\frac{h_z}{r} + 1 - \cos \varphi \right] \cos^2 \varphi - N^0$$

$$\frac{dN^0}{d\varphi} = -\frac{\gamma r^2 \sin \varphi \cos \varphi (2 + \cos \varphi)}{3(1 + \cos \varphi)^2}$$

$$\frac{dR^0}{d\varphi} = -\gamma r^2 \left[3 \sin \varphi \cos^2 \varphi - 2 \left(\frac{h_z}{r} + 1 \right) \sin \varphi \cos \varphi \right] - \frac{dN^0}{d\varphi}$$

IV. Partie poziome $p_h(z)$ gruntu o ciężarze objętościowym γ , $p_h(z)$ według wyrażenia (3.13)



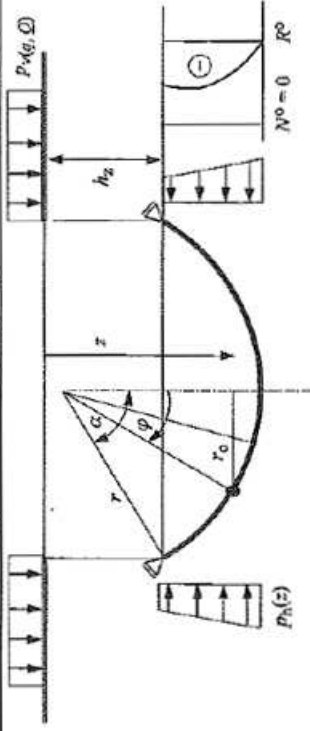
$$z = h_z + r(1 - \cos \varphi)$$

$$N^0 = 0$$

$$\frac{dN^0}{d\varphi} = 0$$

$$R^0 = -p_h(z) r \sin^2 \varphi - \{K_x [\gamma h_z + r(1 - \cos \varphi)] - u + p_{v(\varphi, \varrho)}\} + u - cK_{sc} \} r \sin^2 \varphi$$

$$\frac{dR^0}{d\varphi} = -K_x r^2 \gamma \sin^3 \varphi - 2K_x r \sin \varphi \cos \varphi [\gamma h_z + r(1 - \cos \varphi)] - 2r \sin \varphi \cos \varphi (K_x p_{v(\varphi, \varrho)} + u(1 - K_x) - cK_{sc})$$



$$z = h_z + r(\cos \varphi - \cos \alpha)$$

$$N^0 = 0$$

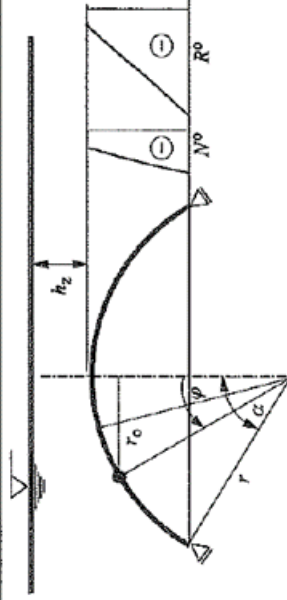
$$\frac{dN^0}{d\varphi} = 0$$

$$R^0 = -p_h(z) r \sin^2 \varphi - \{K_x [\gamma h_z + r(\cos \varphi - \cos \alpha)] - u + p_{v(\varphi, \varrho)}\} + u - cK_{sc} \} r \sin^2 \varphi$$

$$\frac{dR^0}{d\varphi} = K_x r^2 \gamma \sin^3 \varphi - 2r \sin \varphi \cos \varphi [\gamma h_z + r(\cos \varphi - \cos \alpha)] - 2r \sin \varphi \cos \varphi (K_x p_{v(\varphi, \varrho)} + u(1 - K_x) - cK_{sc})$$

POWŁOKI KULISTE – SIŁY WEWNĘTRZNE

V. Ciśnienie cieczy o ciężarze objętościowym γ_c

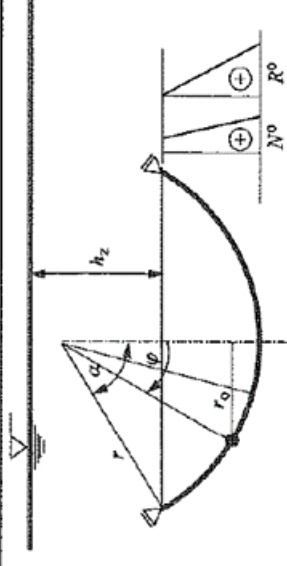


$$N^0 = -\frac{\gamma_c r^2}{6} \left[\frac{3h_z}{r} + 1 - \frac{2 \cos^2 \varphi}{1 + \cos \varphi} \right]$$

$$\frac{dN^0}{d\varphi} = -\frac{\gamma_c r^2}{3} \frac{\sin \varphi \cos \varphi (2 + \cos \varphi)}{(1 + \cos \varphi)^2}$$

$$R^0 = -\gamma_c r^2 \left(\frac{h_z}{r} + 1 - \cos \varphi \right) - N^0$$

$$\frac{dR^0}{d\varphi} = -\gamma_c r^2 \sin \varphi - \frac{dN^0}{d\varphi}$$



$$N^0 = \frac{\gamma_c r^2}{6} \left[\frac{3(h_z + r(1 - \cos \alpha))}{r} - 1 + \frac{2 \cos^2 \varphi}{1 + \cos \varphi} \right]$$

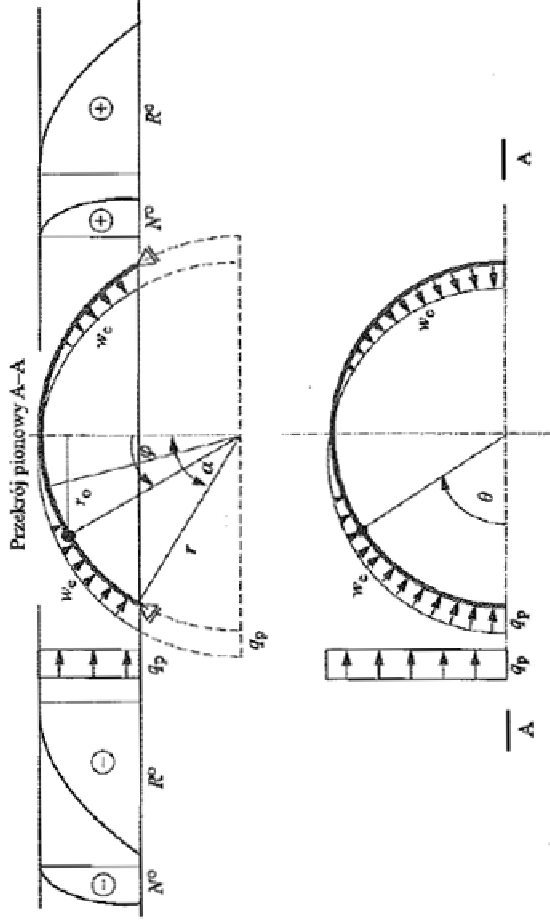
$$\frac{dN^0}{d\varphi} = \frac{\gamma_c r^2}{3} \frac{\sin \varphi \cos \varphi (2 + \cos \varphi)}{(1 + \cos \varphi)^2}$$

$$R^0 = \gamma_c r^2 \left(\frac{h_z + r(1 - \cos \alpha)}{r} - 1 + \cos \varphi \right) - N^0$$

$$\frac{dR^0}{d\varphi} = \gamma_c r^2 \sin \varphi - \frac{dN^0}{d\varphi}$$

POWŁOKI KULISTE – SIŁY WEWNĘTRZNE

VI. Wiatr – analityczne obciążenie wiatrem $w_c = q_p \sin \varphi \cos \vartheta$, q_p według wyrażenia (3.26)



$$N^o = q_p r \left(-\frac{2}{3} + \cos \varphi - \frac{\cos^3 \varphi}{3} \right) \frac{\cos \vartheta}{\sin^3 \varphi} \cos \vartheta$$

$$\frac{dN^o}{d\varphi} = \frac{q_p r \left(\frac{8}{3} + \cos \varphi - \cos^3 \varphi + \frac{4}{3} \cos^3 \varphi \right)}{\sin^2 \varphi} \frac{\cos \vartheta}{\sin^4 \varphi} + \frac{q_p r (2 - 3 \cos \varphi + \cos^3 \varphi)}{\sin^4 \varphi} \cos \vartheta$$

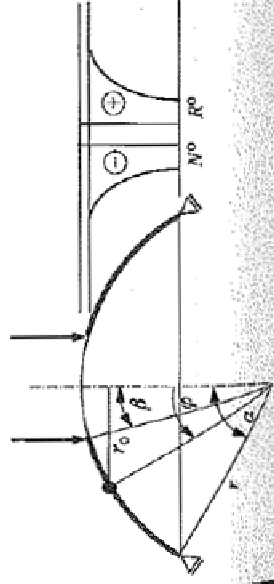
$$R^o = q_p r \left(\frac{2}{3} \cos \varphi - \sin^2 \varphi - \frac{2}{3} \cos^4 \varphi \right) \frac{1}{\sin^3 \varphi} \cos \vartheta$$

$$\frac{dR^o}{d\varphi} = \frac{q_p r \left(-\frac{2}{3} - 2 \cos \varphi + \frac{8}{3} \cos^3 \varphi \right)}{\sin^2 \varphi} \cos \vartheta + \frac{q_p r (-2 + 3 \sin^2 \varphi \cos \varphi + 2 \cos^5 \varphi)}{\sin^4 \varphi} \cos \vartheta$$

$$T^o = q_p r \left(-\frac{2}{3} \cos \varphi - \frac{1}{3} \cos^3 \varphi \right) \frac{1}{\sin^3 \varphi} \sin \vartheta$$

VII. Świetlik o ciężarze Q , kN/m

$$N^o = -Q \frac{\sin \beta}{\sin^2 \varphi} \quad \frac{dN^o}{d\varphi} = 2Q \frac{\cos \varphi \sin \beta}{\sin^3 \varphi} \quad R^o = Q \frac{\sin \beta}{\sin^2 \varphi} \quad \frac{dR^o}{d\varphi} = -2Q \frac{\cos \varphi \sin \beta}{\sin^3 \varphi}$$



POWŁOKI STOŻKOWE



Powłoki stożkowe w zbiornikach mogą być przekryciem lub dnem.

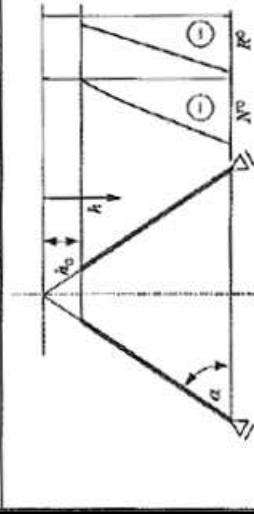
Wartości sił błonowych, które powstają w takich powłokach pod wpływem symetrycznych obciążeń ciężarem własnym, ciśnieniem cieczy, śniegiem, parciem pionowym i poziomym gruntu oraz wiatrem, zestawiono w kolejnych tablicach.

Podobnie, jak w przypadku kopuł kulistych ostateczne wartości sił wewnętrznych obliczać należy jako sumy sił obliczonych dla kombinacyjnych wartości poszczególnych obciążeń.

Charakterystyczne dla rozkładów sił wewnętrznych w kopułach stożkowych jest to, że siły południkowe w obciążonych symetrycznie kopułach podpartych są ściskające, a zawieszonych – rozciągające.

POWŁOKI STOŻKOWE – SIŁY WEWNĘTRZNE

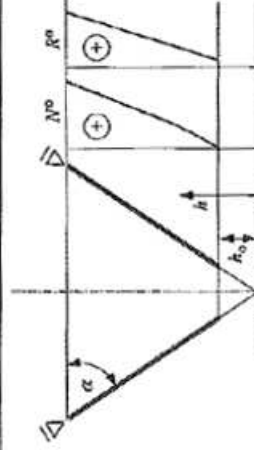
I. Ciężar własny g (kN/m² powierzchni)



$$N^o = -\frac{g}{2\sin^2\alpha} \frac{h^2 - h_0^2}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = -\frac{g}{2\sin^2\alpha} \frac{h^2 + h_0^2}{h^2}$$

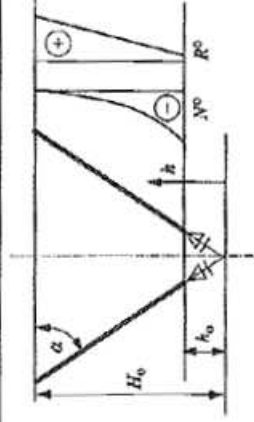
$$R^o = -gh \operatorname{ctg}^2\alpha \quad \frac{dR^o}{dh} = -g \operatorname{ctg}^2\alpha$$



$$N^o = \frac{g}{2\sin^2\alpha} \frac{h^2 - h_0^2}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = \frac{g}{2\sin^2\alpha} \frac{h^2 + h_0^2}{h^2}$$

$$R^o = gh \operatorname{ctg}^2\alpha \quad \frac{dR^o}{dh} = g \operatorname{ctg}^2\alpha$$

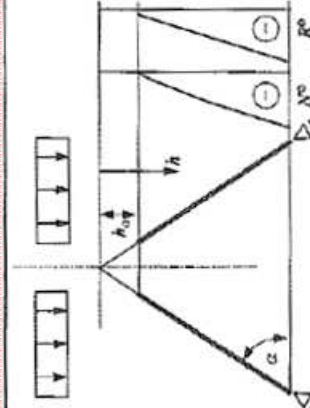


$$N^o = -\frac{g}{2\sin^2\alpha} \frac{H_0^2 - h^2}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = \frac{g}{2\sin^2\alpha} \frac{H_0^2 + h^2}{h^2}$$

$$R^o = gh \operatorname{ctg}^2\alpha \quad \frac{dR^o}{dh} = g \operatorname{ctg}^2\alpha$$

II. Obciążenie pionowe równomiernie rozłożone p (kN/m² rzutu poziomego)



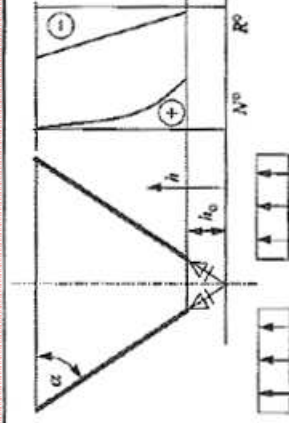
$$N^o = -\frac{p \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} h$$

$$\frac{dN^o}{dh} = -\frac{p \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$$

śnieg

$$N^o = -\frac{p \cos\alpha}{2\sin^2\alpha} \frac{h^2 - h_0^2}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = -\frac{p \cos\alpha}{2\sin^2\alpha} \frac{h^2 - h_0^2}{h^2}$$



$$R^o = -\frac{p \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} h$$

$$\frac{dR^o}{dh} = -\frac{p \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$$

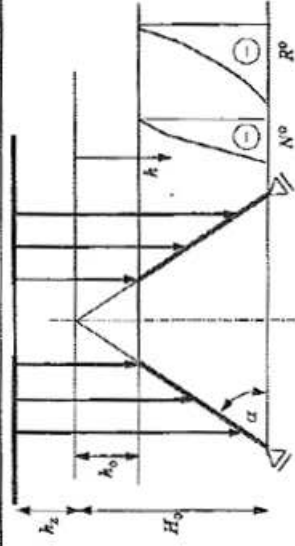
równomierny odpór gruntu

$$N^o = -\frac{p \cos\alpha}{2\sin^2\alpha} \frac{H_0^2 - h^2}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = -\frac{p \cos\alpha}{2\sin^2\alpha} \frac{H_0^2 + h^2}{h^2}$$

POWŁOKI STOŻKOWE – SIŁY WEWNĘTRZNE

III. Obciążenie pionowe w kształcie trapezu

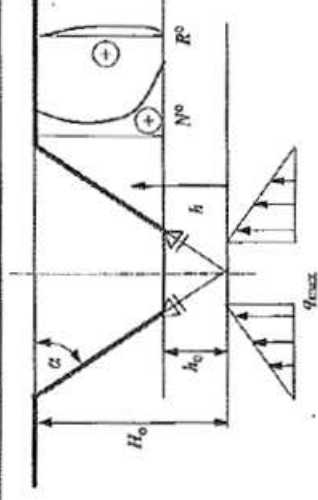


Zasyпка gruntem o ciężarze objętościowym γ

$$N^o = -\frac{\gamma \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} \frac{2h^3 + 3h_z h^2 - 3h_0^2 h_z - 2h_0^3}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = -\frac{\gamma \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} \frac{4h^2 + 3h_z h^2 + 3h_0^2 h_z + 2h_0^3}{h^2}$$

$$R^o = -\frac{\gamma \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} (h_z h + h^2) \quad \frac{dR^o}{dh} = -\frac{\gamma \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} (h_z + 2h)$$



Odpór gruntu o rozkładzie trójkątnym i wartości maksymalnej q_{\max}

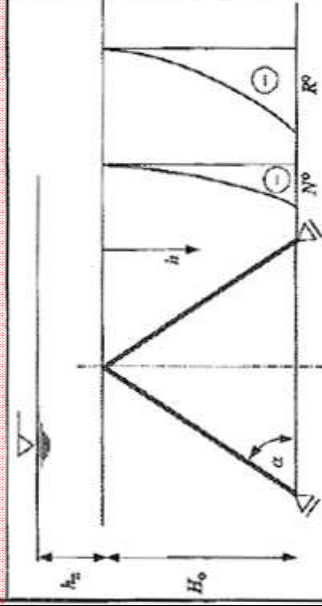
$$N^o = \frac{q_{\max}}{H_0 - h_0} \frac{\cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} \frac{H_0^3 - 3H_0 h^2 + 2h^3}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = \frac{q_{\max}}{H_0 - h_0} \frac{\cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} \frac{4h^2 - 3H_0 h^2 - H_0^3}{h}$$

$$R^o = \frac{q_{\max}}{H_0 - h_0} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} (h^2 - hH_0) \quad \frac{dR^o}{dh} = -\frac{q_{\max}}{H_0 - h_0} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} (2h - H_0)$$

POWŁOKI STOŻKOWE – SIŁY WEWNĘTRZNE

V. Ciśnienie cieczy o ciężarze objętościowym γ_c

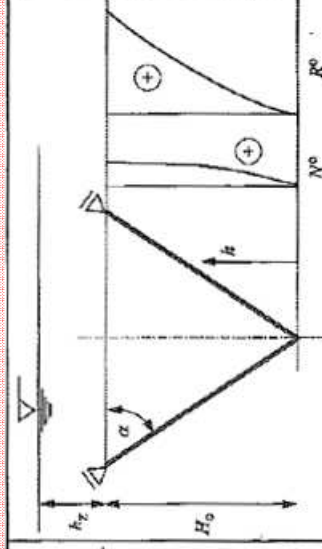


$$N^0 = -\frac{\gamma_c \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} (2h + 3h_2) h$$

$$\frac{dN^0}{dh} = -\frac{\gamma_c \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} (4h + 3h_2)$$

$$R^0 = -\frac{\gamma_c \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} (h + h_2) h$$

$$\frac{dR^0}{dh} = -\frac{\gamma_c \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} (2h + h_2)$$

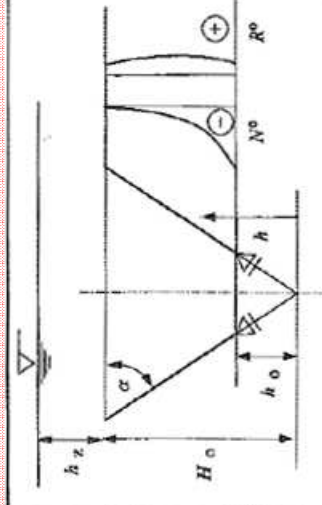


$$N^0 = \frac{\gamma_c \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} [-2h + 3(H_0 + h_2)] h$$

$$\frac{dN^0}{dh} = \frac{\gamma_c \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} [-4h + 3(H_0 + h_2)]$$

$$R^0 = \frac{\gamma_c \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} [-h + (H_0 + h_2)] h$$

$$\frac{dR^0}{dh} = \frac{\gamma_c \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} [-2h + (H_0 + h_2)]$$



$$N^0 = \frac{\gamma_c \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} h^2 (2h - 3H_0 - 3h_2) + H_0^2 (3h_2 + H_0)$$

$$\frac{dN^0}{dh} = \frac{\gamma_c \cos \alpha}{6 \sin^2 \alpha} (4h^2 - 3h^2 (H_0 + h_2) + H_0^2 (3h_2 + H_0))$$

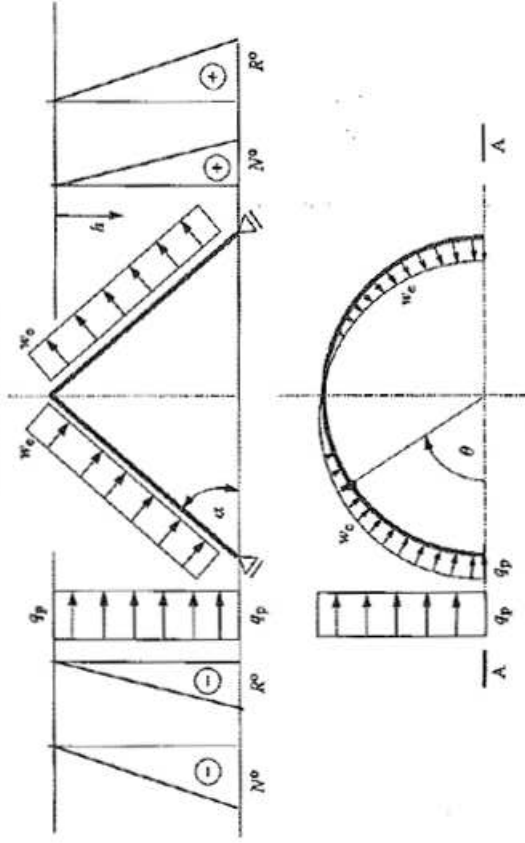
$$R^0 = -\frac{\gamma_c \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} [h - (H_0 + h_2)] h$$

$$\frac{dR^0}{dh} = -\frac{\gamma_c \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} [2h - (H_0 + h_2)]$$

POWŁOKI STOŻKOWE – SIŁY WEWNĘTRZNE

VI. Wiatr jako obciążenie antysymetryczne $w_e = q_p \sin \varphi \cos \vartheta$, (q_p według wyrażenia (3.26), kN/m^2 rzutu pionowego)

Przekrój pionowy A-A



$$N^o = -\frac{q_p h}{6} \frac{1 - 3 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \cos \vartheta$$

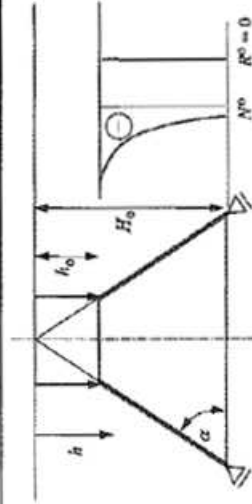
$$\frac{dN^o}{dh} = -\frac{q_p}{6} \frac{1 - 3 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \cos \vartheta$$

$$R^o = -q_p h \operatorname{ctg} \alpha \cos \vartheta$$

$$\frac{dR^o}{dh} = -q_p \operatorname{ctg} \alpha \cos \vartheta$$

$$T^o = -\frac{q_p h}{3 \sin \alpha} \sin \vartheta$$

VII. Światlik o ciężarze Q , kN/m



$$N^o = -\frac{Q}{\sin \alpha} \frac{h_o}{h}$$

$$\frac{dN^o}{dh} = \frac{Q}{\sin \alpha} \frac{h_o}{h^2}$$

$$R^o = 0$$

$$\frac{dR^o}{d\varphi} = 0$$

POWŁOKI CYLINDRYCZNE

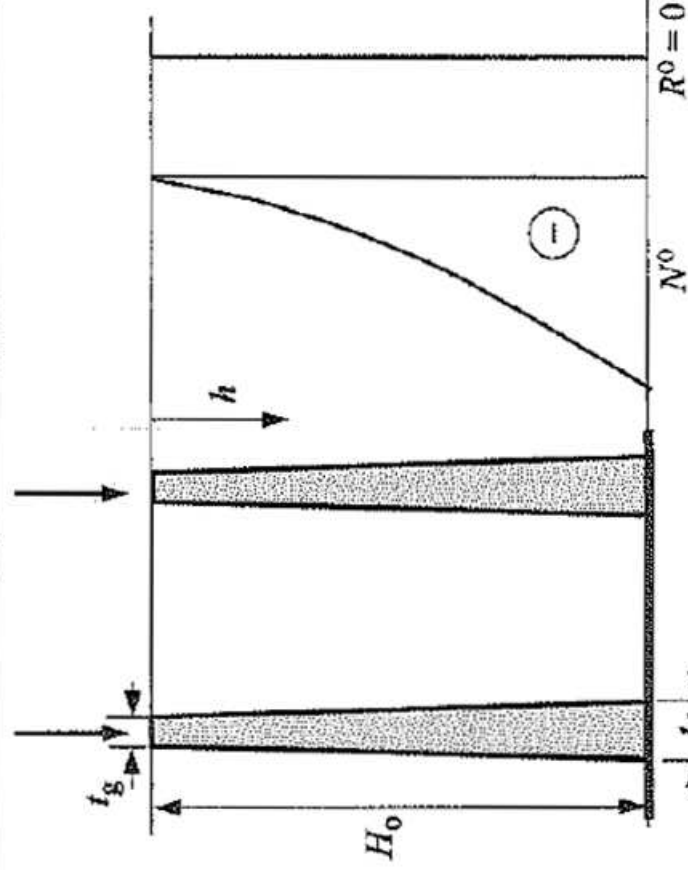


Powłoki cylindryczne są najczęściej płaszcami zbiorników i jako takie obciążone są:

- ciężarem własnym i obciążeniem przekazywanym z przekrycia, co wywołuje siły południkowe (w zbiornikach posadowionych bezpośrednio na gruncie są to siły ściskające, a w dolnych partiach zbiorników na słupach – rozciągające)
- ciśnieniem cieczy wywołującej rozciąganie równoleżnikowe,
- parciem gruntu, w przypadku zbiorników podziemnych, wywołującym równoleżnikowe ściskanie.

POWŁOKI CYLINDRYCZNE – SIŁY WEWNĘTRZNE

I. Ciężar własny zbiornika z betonu o ciężarze objętościowym γ_b , posadowionego bezpośrednio na gruncie i obciążenie pionowe od przekrycia Q_p w kN/m



$$N^0 = - \left[\frac{h}{2H_0} (t_d - t_g) + t_g \right] h \gamma_b - Q_p$$
$$\frac{dN^0}{dh} = \gamma_b \left[\frac{h}{H_0} (t_d - t_g) + t_g \right]$$
$$R^0 = 0 \quad \frac{dR}{dh} = 0$$

POWŁOKI CYLINDRYCZNE – SIŁY WEWNĘTRZNE

II. Ciężar własny zbiornika posadowionego za pośrednictwem słupów (geometria taka jak w punkcie I) i oddziaływanie podwieszonoego dna Q_d w kN/m

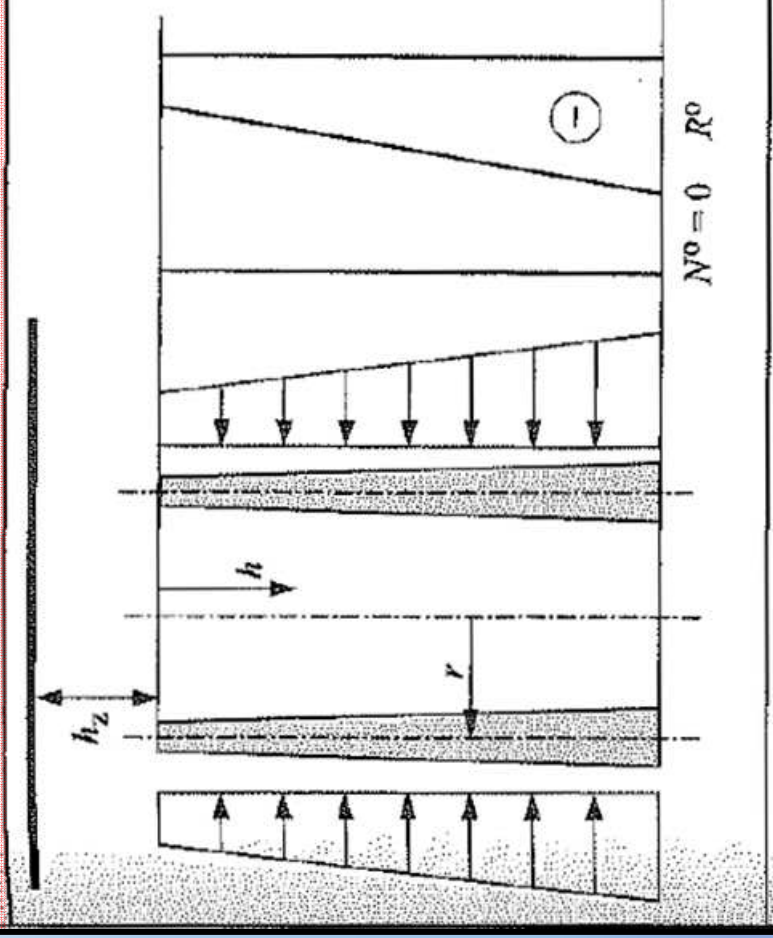
W strefie górnej zbiornika siły południkowe są ściskające, w strefie dolnej – rozciągające. Przez analogię do zasady stosowanej przy silosach [74] podział na strefy można przeprowadzić linią odległą od dolnej krawędzi powłoki o połowę odległości między słupami.

Siły w strefie rozciąganej:

$$N^o = \left[\frac{H_c^2 - h^2}{2H_o} (t_d - t_g) + (H_o - h)t_g \right] \gamma_b + Q_d \quad \frac{dN^o}{dh} = -\gamma_b \left[\frac{h}{H_o} (t_d - t_g) + t_g \right]$$
$$R^o = 0 \quad \frac{dR}{dh} = 0$$

POWŁOKI CYLINDRYCZNE – SIŁY WEWNĘTRZNE

III. Parcie poziome $p_h(z)$ gruntu o ciężarze objętościowym γ , $p_h(z)$ według wyrażenia (3.13)



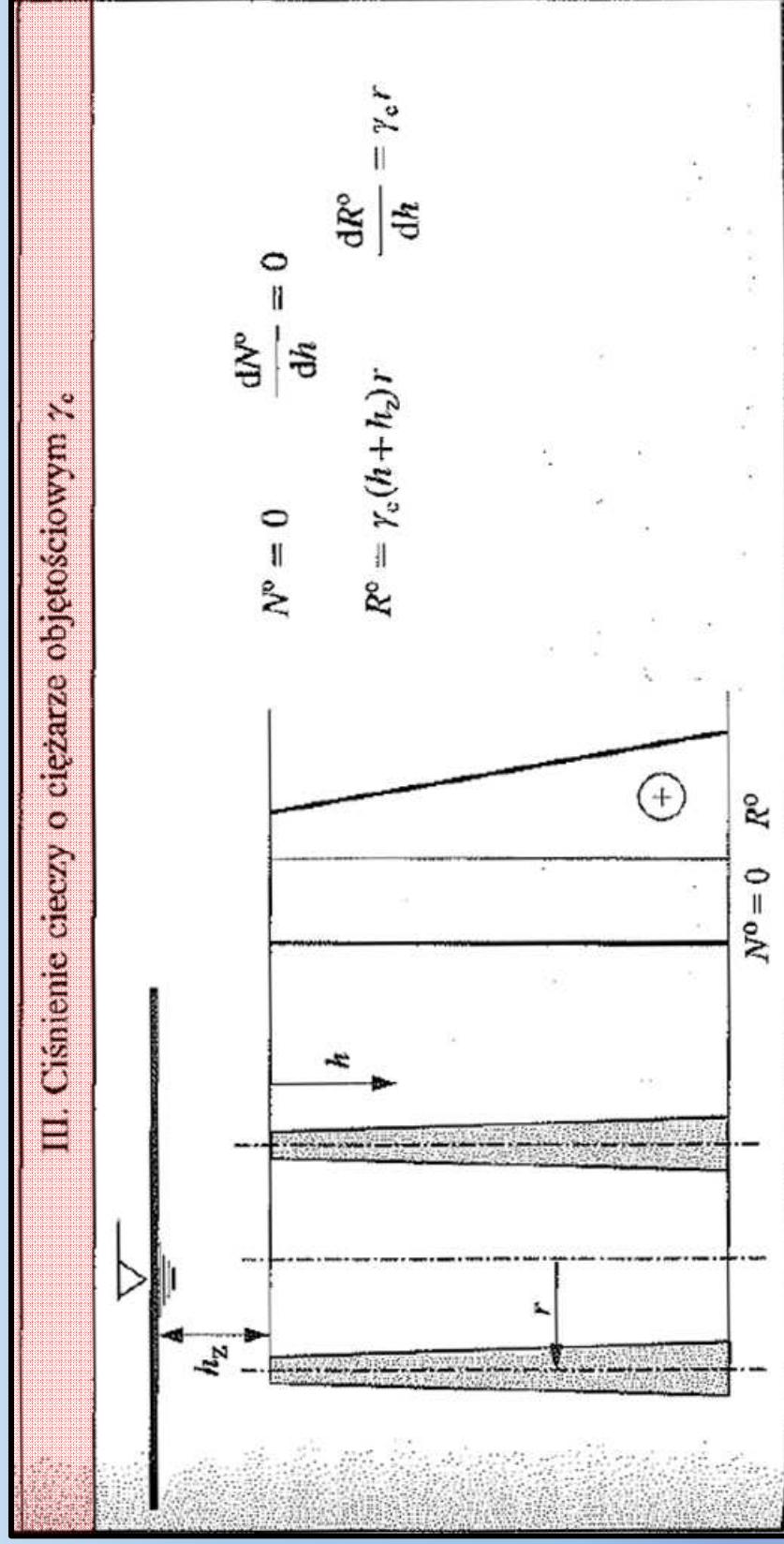
$$z = h + h_z$$

$$N^0 = 0 \quad \frac{dN^0}{dh} = 0$$

$$R^0 = -p_h(z)r = -[K_a[\gamma(h_z + h) - u + p_{v(g, \varrho)}}] + u - cK_{ac} \} r$$

$$\frac{dR^0}{dh} = -K_a\gamma r$$

POWŁOKI CYLINDRYCZNE – SIŁY WEWNĘTRZNE



STAN MOMENTOWY POWŁOK



STAN MOMENTOWY POWŁOK

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Strefy powstawania momentów zginających w powłoce nazywa się tradycyjnie **strefami zaburzeń stanu błonowego**

Momenty zginające w powłoce powstają, jeżeli warunki stanu błonowego nie są spełnione. A zatem powstają:

- **W pobliżu sił skupionych**
- **W miejscach skokowej zmiany grubości lub skokowej zmiany krzywizny południka (miejsca łączenia powłok o różnych krzywiznach)**
- **Tam, gdzie powłoka ma ograniczoną swobodę odkształceń, a więc w miejscach podparcia, jeśli podpora uniemożliwia przesuw po prostej normalnej do stycznej**

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO

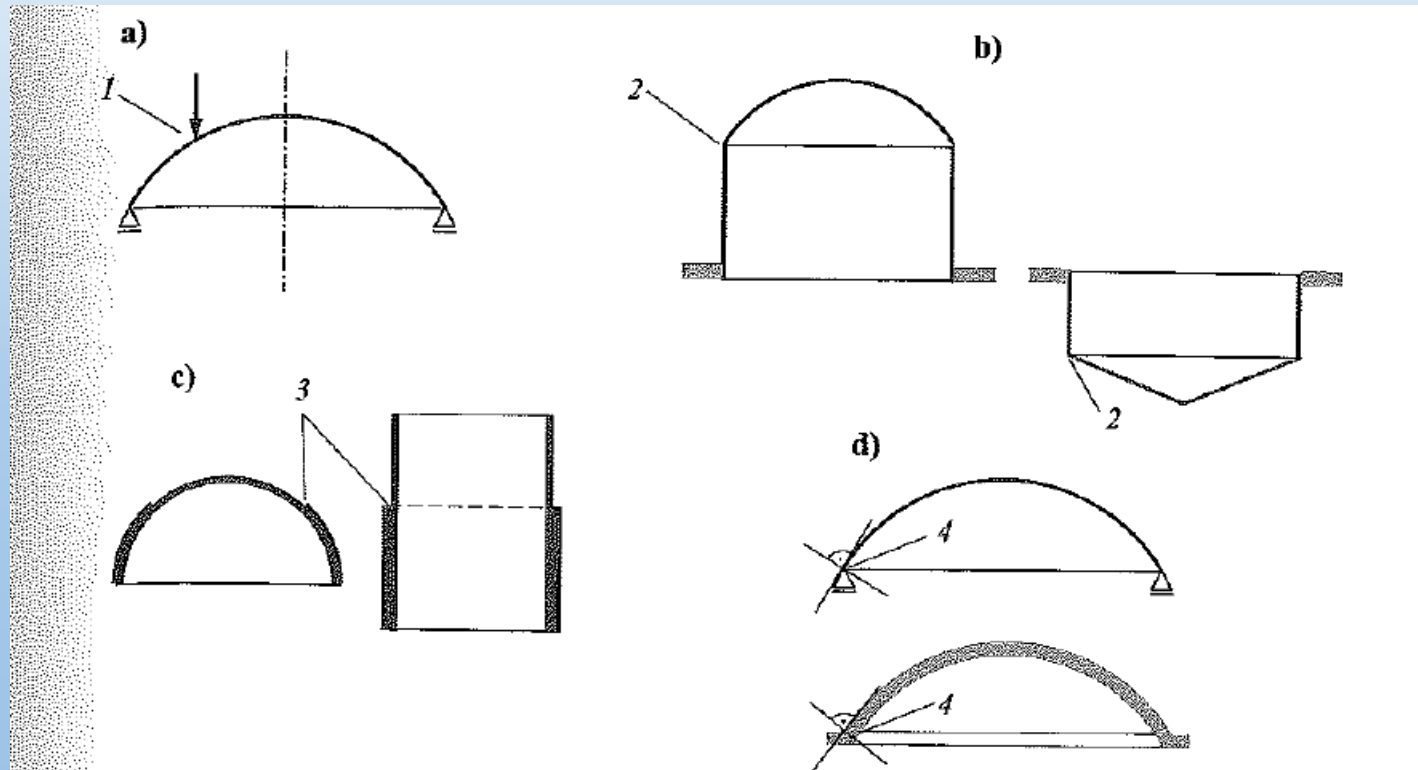


Zaburzenia stanu błonowego mają ograniczony zasięg, a powstałe momenty maleją w miarę oddalania się od miejsca powstania zaburzenia. Dlatego też, właściwie w każdej powłoce, występują strefy momentowe i strefy pracy bezmomentowej – błonowej.

Momentów wynikających z połączenia powłok o różnych krzywiznach oraz z podparcia powłoki można uniknąć konstruując powłokę w sposób szczególny, a mianowicie stosując krzywe przejściowe połączone z jednoczesną ciągłą zmianą grubości powłoki.



Przypadki zaburzeń stanu błonowego

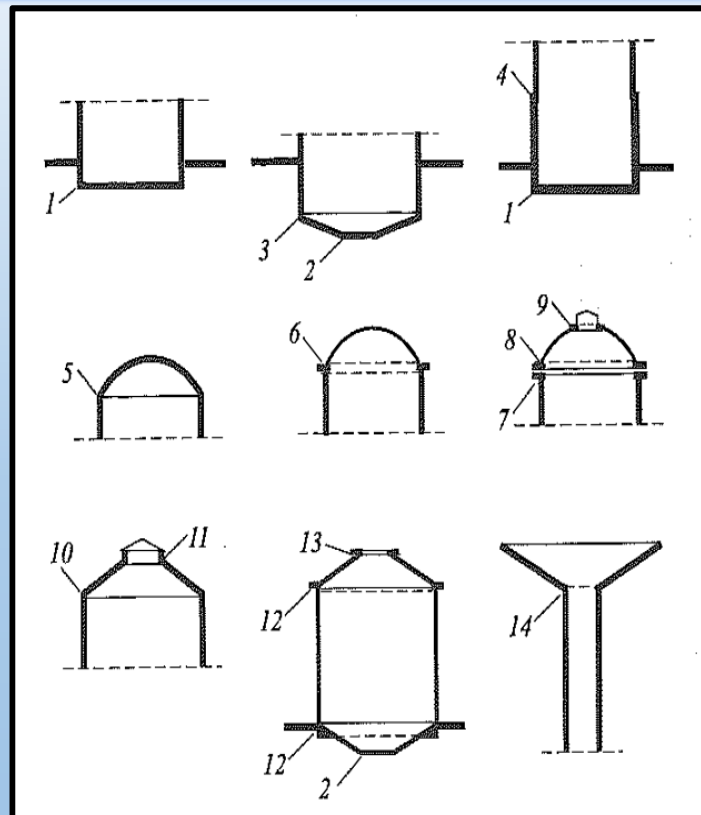


Rys. 4.6. Przypadki zaburzeń stanu błonowego: a) obciążenie siłą skupioną – zaburzenia powstają w punkcie przyłożenia siły skupionej (I), b) zbiorniki złożone z kilku powłok o różnych krzywiznach – zaburzenia powstają w miejscu łączenia powłok, np. cylindrycznej z walcową i cylindrycznej ze stożkową (2), c) skokowa zmiana grubości powłoki, np. kulistej lub cylindrycznej (3), d) oparcie powłoki na podporze uniemożliwiającej przesunięcie wzdłuż normalnej do stycznej do powłoki – zaburzenia powstają w styku z monolitycznym wieńcem lub podporą umożliwiającą jedynie przesunięcia poziome (4)

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Typowe miejsca zaburzeń stanu błonowego w zbiornikach



Rys. 4.8. Typowe miejsca, w których powstają zaburzenia stanu błonowego w zbiornikach; 1 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej z fundamentem płytowym, 2 – monolityczne połączenie powłoki stożkowej z fundamentem płytowym, 3 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej i stożkowej, 4 – skokowa zmiana grubości powłoki cylindrycznej, 5 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej z kopułą kulistą, 6 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej i kulistej za pośrednictwem wieńca, 7 – wieńiec opasujący powłokę cylindryczną, 8 – wieńiec podporowy kopuły, 9 – wieńiec górny kopuły kulistej, 10 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej z kopułą stożkową, 11 – monolityczne połączenie kopuły stożkowej i cylindrycznego świetlika, 12 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej i stożkowej za pośrednictwem wieńca, 13 – wieńiec górny kopuły stożkowej, 14 – monolityczne połączenie powłoki cylindrycznej i odwróconego stożka



Oddziaływanie łączonych powłok

Oddziaływanie łączonych powłok jest wzajemne: powłoka stanowiąca przekrycie lub dno krępuje odkształcenia zbiornika, ale również cylindrycznych zbiornik krępuje odkształcenia dna lub przekrycia.

Powłoka kulista lub stożkowa: ograniczeniem takim może być ponadto wieniec podporowy lub wieniec w poziomie górnej krawędzi kopuły, na którym opiera się świetlik lub komin służący wentylacji czy inny, celom technologicznym.

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Zaburzenia stanu błonowego oznaczają powstanie momentów zginających w płaszczyźnie południkowej \overline{M}_φ i równoleżnikowej M_ϑ oraz zmianę sił południkowych o wartości \overline{N} i równoleżnikowych o \overline{R} . Osiągają one największe wartości w pobliżu miejsca ograniczenia swobody odkształceń i maleją w miarę oddalania się od niego.

Ostateczna wartość sił wewnętrznych w stanie momentowym może być ustalona jako suma sił w stanie błonowym i zaburzeń wynikających z wzajemnej reakcji łączonych powłok lub innych więzów ograniczających swobodę odkształceń:

$$N = N^0 + \overline{N}$$

$$R = R^0 - \nu N^0 + \overline{R}$$

$$M_\varphi = \overline{M}_\varphi$$

$$M_\vartheta = \overline{M}_\vartheta$$

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



W obliczeniach zaburzeń stanu błonowego istotną rolę odgrywa podatność powłoki na odkształcenia. Charakteryzuje ją tzw. czynnik zanikania L , będący miarą odcinka powłoki, na której występuje znacząca wartość zaburzeń. Odcinek ten mierzony jest od miejsca powstania zaburzenia i wyrażany:

- w przypadku powłoki cylindrycznej – liniową odległością mierzoną wzdłuż powłoki,
- w przypadku stożka – liniową odległość wzdłuż tworzącej stożka,
- w powłoce kulistej – odległością kątową.

Wartość L zależy od kształtu powłoki (cylindryczna - L_c , stożkowa – L_s , kulista – L_k), jej geometrii (promienia r w kuli i walcu, a długości tworzącej S_0 i kąta jej nachylenia do poziomu α w przypadku stożka), materiału konstrukcyjnego (współczynnika Poissona ν) i grubości powłoki t .

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Zaburzenia mogą powstać na dwóch brzegach powłoki. Przykładem jest tu cylindryczna ściana zbiornika połączona u dołu z dnem, a u góry z kopułą lub też kopuła, której dolna krawędź opiera się na wieńcu podporowym, a górna krępowana jest również wieńcem.

Zaburzenia powstające na dwóch brzegach powłoki są niezależne, jeśli powłoka jest „długa”. Wtedy między strefami zaburzeń pozostaje strefa pracy błonowej.

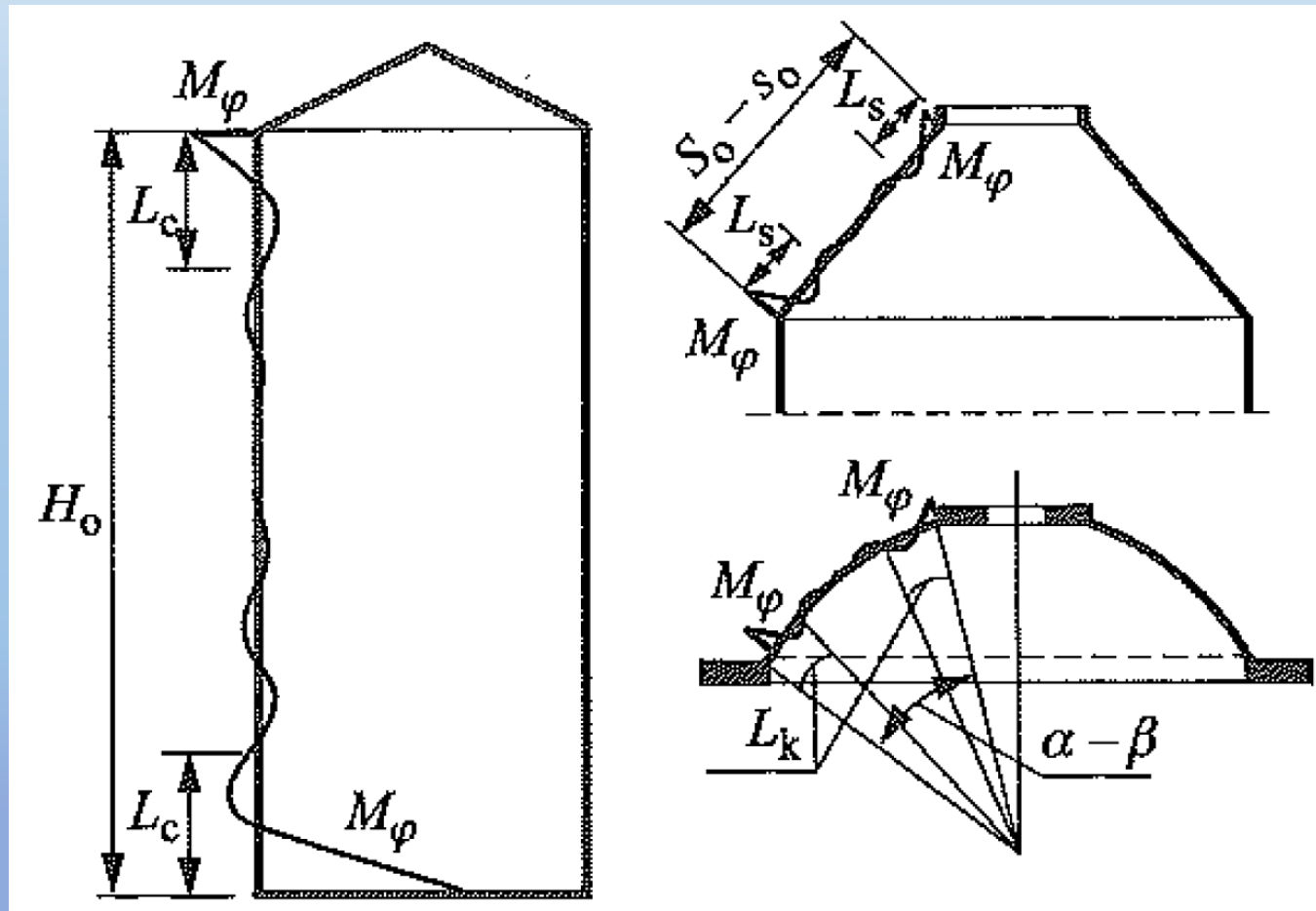
Ma to miejsce wtedy, gdy powłoka spełnia następujący warunek:

- wysokość zbiornika cylindrycznego $H_0 > 2L_c$
- długość tworzącej stożka $(S_0 - s_0) > 2L_s$
- w przypadku kuli $(\alpha - \beta) > 2L_k$.

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Zaburzenia są największe w pobliżu miejsca ograniczenia swobody odkształceń i maleją w miarę oddalania się od niego.



Powłoki długie: walcowa, stożkowa, kulista

ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



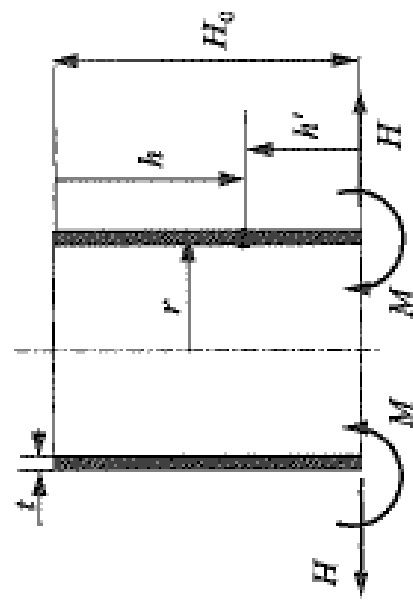
Wartość zaburzeń w określonym punkcie powłoki są funkcją stosunku odległości tego punktu od miejsca powstania zaburzeń do współczynnika L :

- w walcu $\eta_c = \frac{h'}{L_c}$, gdzie h' mierzone jest wzdłuż powłoki,
- w stożku $S_c = \frac{s'}{L_c}$, gdzie s' mierzone jest wzdłuż tworzącej,
- w przypadku kuli $\eta_k = \frac{\varphi'}{L_c}$, gdzie φ' jest kątem mierzonym od podpory.

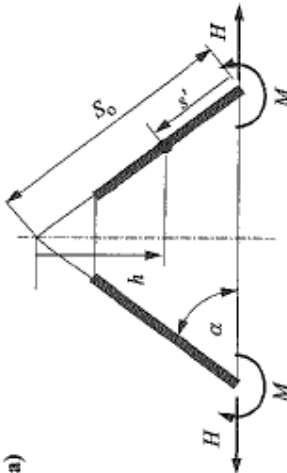
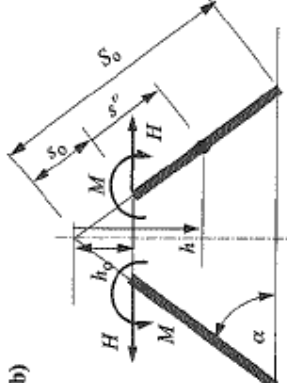
ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Tablica 4.5. Siły wewnętrzne w powłoce cylindrycznej o grubości t obciążonej na krawędzi siłą w płaszczyźnie równoleżnikowej i momentem południkowym oraz przemieszczenia krawędzi od sił jednostkowych

 $L_c = \sqrt[4]{\frac{r^2 t^2}{3(1-\nu^2)}} \quad \eta_c = \frac{M}{L_c}$	<p>Siły wewnętrzne wynikające z działania siły H</p> $N^M = 0, \quad R^M = \frac{2H}{L_c} r \cos \eta e^{-\eta c}, \quad M_\varphi^M = HL_c \sin \eta_c e^{-\eta c}, \quad M_\theta^M = \nu M_\varphi^M$
<p>Siły wewnętrzne wynikające z działania momentu M</p> $N^M = 0, \quad R^M = -\frac{2\sqrt{2}Mr}{L_c^2} \cos\left(\eta_c + \frac{\pi}{4}\right) e^{-\eta c},$ $M_\varphi^M = -M\sqrt{2} \sin\left(\eta_c + \frac{\pi}{4}\right) e^{-\eta c}, \quad M_\theta^M = \nu M_\varphi^M$	
<p>Odkształcenia brzegowe przy $H = 1$ i $M = 1$</p> $\delta_{11} = \frac{2r^2}{L_c E_{cm} t}, \quad \delta_{12} = \frac{2r^2}{L_c^2 E_{cm} t}, \quad \delta_{21} = \frac{2r^2}{L_c^2 E_{cm} t}, \quad \delta_{22} = \frac{4r^2}{L_c^3 E_{cm} t}$	

Tablica 4.6. Siły wewnętrzne w powłoce stożkowej o grubości t obciążonej na krawędzi siłą w płaszczyźnie równoleżnikowej i momentem południkowym oraz przemieszczenia krawędzi od sił jednostkowych

		
	$L'_s = \sqrt[4]{\frac{S_0^2 t^2}{3(1-\nu^2)} \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \eta'_k = \frac{s'_0}{L'_s}$	$L''_s = \sqrt[4]{\frac{s_0^2 t^2}{3(1-\nu^2)} \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \eta''_k = \frac{s''_0}{L''_s}$
<p>Siły wewnętrzne wynikające z działania siły H</p>	$N^H = \pm H \sqrt{2} \cos \alpha \cos \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k}$ $R^H = \frac{2Hh}{L_s} \operatorname{ctg} \alpha \cos \eta e^{-\eta}$ $M_{\varphi}^H = HL_s \sin \alpha \sin \eta e^{-\eta}$ $M_{\theta}^H = \frac{H\sqrt{2}}{2h} L_s^2 \sin^2 \alpha \sin \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k} + \nu M_{\varphi}^H$	
<p>Siły wewnętrzne wynikające z działania momentu M</p>	$N^M = \frac{2M}{L_s} \operatorname{ctg} \alpha \sin \eta_k e^{-\eta_k}$ $R^M = \mp \frac{2\sqrt{2} Mh}{L_s \sin \alpha} \operatorname{ctg} \alpha \cos \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k}$ $M_{\varphi}^M = \mp M \sqrt{2} \sin \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k}$ $M_{\theta}^M = \mp \frac{ML_s}{h} \sin \alpha \cos \eta e^{-\eta} + \nu M_{\varphi}^M$	
<p>Odształcenia brzegowe przy $H = 1$ i $M = 1$</p>	$\delta_{11} = \frac{2S_0^2}{L'_s E_{cm} t} \cos^2 \alpha$ $\delta_{12} = -\frac{2S_0^2}{L'_s E_{cm} t} \cos^2 \alpha$ $\delta_{21} = -\frac{L_s^2 E_{cm} t}{2S_0^2} \sin \alpha$ $\delta_{22} = \frac{L_s^2 E_{cm} t}{4S_0^2} \cos^2 \alpha$	$\delta_{11} = \frac{2s_0^2}{L''_s E_{cm} t} \cos^2 \alpha$ $\delta_{12} = -\frac{2s_0^2}{L''_s E_{cm} t} \cos^2 \alpha$ $\delta_{21} = \frac{L_s^{1/2} E_{cm} t}{2s_0^2} \sin \alpha$ $\delta_{22} = \frac{4s_0^2}{L_s^{1/2} E_{cm} t} \cos^2 \alpha$

Wskaźniki górne odnoszą się do obciążenia a), dolne do obciążenia b).

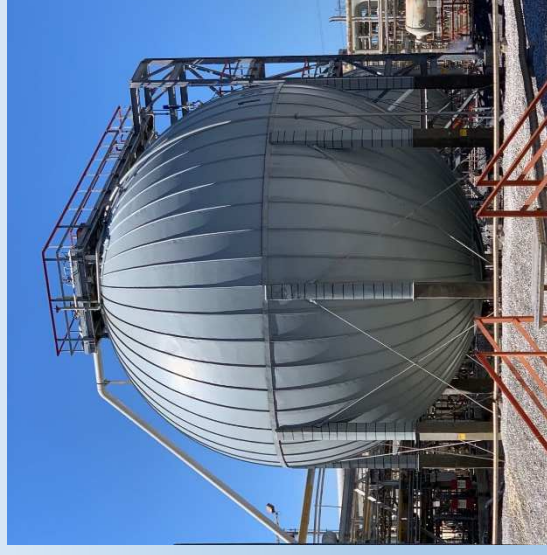
ZABURZENIA STANU BŁONOWEGO



Tablica 4.7. Siły wewnętrzne w powłoce kulistej o grubości t obciążonej na krawędzi siłą w płaszczyźnie równoleżnikowej i momentem południkowym oraz przemieszczenia krawędzi od sił jednostkowych

	$L_k = \sqrt{\frac{r^2}{3(1-\nu^2)}}$ $\eta_k = \frac{\varphi'}{L_k}$
<p>Siły wewnętrzne wynikające z działania siły H</p>	$N^H = H\sqrt{2} \sin \alpha \operatorname{ctg} \varphi \cos \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k}$ $R^H = \frac{2Hh}{L_k} \sin \alpha \cos \eta_k e^{-\eta_k}$ $M_\varphi^H = HrL_k \sin \alpha \sin \eta_k e^{-\eta_k}$ $M_\theta^H = \frac{Hr}{\sqrt{2}} L_k^2 \sin \alpha \operatorname{ctg} \varphi \sin \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k} + \nu M_\varphi^H$
<p>Siły wewnętrzne wynikające z działania momentu M</p>	$N^M = \frac{2M}{rL_k} \operatorname{ctg} \alpha \sin \eta_k e^{-\eta_k}$ $R^M = -\frac{2\sqrt{2}M}{rL_k^2} \cos \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k}$ $M_\varphi^M = -M\sqrt{2} \sin \left(\eta_k + \frac{\pi}{4} \right) e^{-\eta_k}$ $M_\theta^M = -ML_k \operatorname{ctg} \varphi \cos \eta_k e^{-\eta_k} + \nu M_\varphi^M$
<p>Odształcenia brzegowe przy $H = 1$ i $M = 1$</p>	$\delta_{11} = \frac{2r}{L_k E_{cm} t} \sin^2 \alpha \quad \delta_{12} = -\frac{2}{L_k^2 E_{cm} t} \sin \alpha$ $\delta_{21} = -\frac{2}{L_k^2 E_{cm} t} \sin \alpha \quad \delta_{22} = \frac{2}{L_k^2 E_{cm} t}$

PRZYKŁADY KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH



PRZYKŁADY KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH



PRZYKŁADY KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH

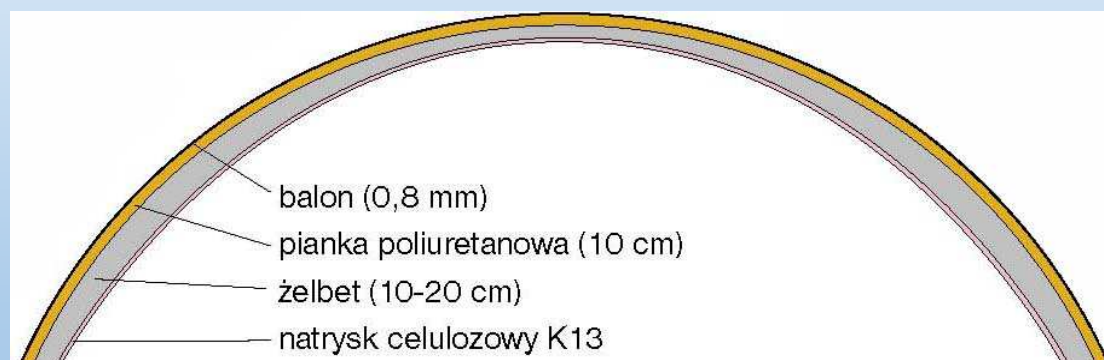


PRZYKŁADY KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH



PRZYKŁADY KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH

Technika realizacji kopuł betonowych z użyciem deskowań pneumatycznych



Metoda ta ma wiele zalet do których należą:

- krótki czas wykonania,
- ograniczenie stosowania maszyn podczas kształtowania powłoki,
- brak rusztowań i deskowań przy kształtowaniu kopuły,
- niezależnienie budowy od warunków pogodowych,
- zmniejszenie ilości pracowników, placu budowy, zużycia materiałów,
- brak mostków termicznych ze względu na brak spoin.

PRZYKŁADY KONSTRUKCJI POWŁOKOWYCH



LITERATURA

Radwańska M.: *„Ustroje powierzchniowe. Podstawy teoretyczne oraz rozwiązania analityczne i numeryczne.”* Skrypt PK, Kraków, 2009

Rakowski G., Kacprzyk Z.: *„Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji.”* Oficyna Wyd. PW, Warszawa, 2005.

Halicka A., Franczak D.: *„Projektowanie zbiorników żelbetowych. Zbiorniki na cieczy”* Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa, 2013

**DZIEKUJĘ
ZA
UWAGĘ!**